КАК ЭТО ДЕЛАЕТСЯ

Практикум по начертательной геометрии

Политехник
Санкт-Петербург, 2012

Автор: В.В.Елагин

Как это делается: практикум по начертательной геометрии

В практикуме даны некоторые описания методов решения ключевых задач по начертательной геометрии, касающихся точки, линии, плоскости и их взаимного пространственного расположения. Целью данного практикума является подготовка специалистов высокой производственной квалификации и культуры труда.

Настоящее пособие не претендует на полноту и подробное описание всех проекционных построений, в нем лишь указываются основные правила как графически подойти к решению того или иного вопроса.

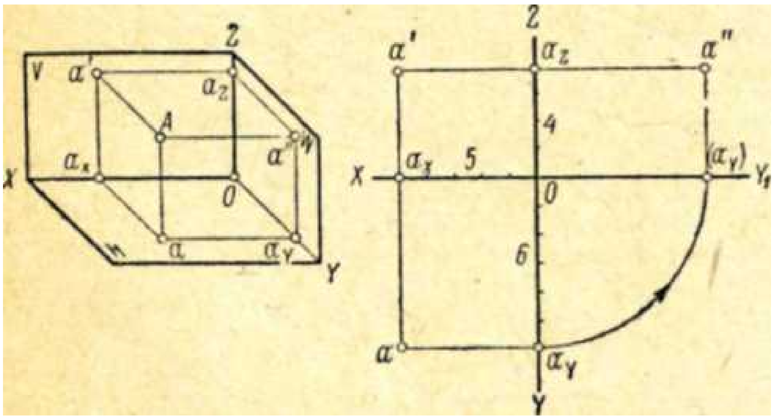
Практикум предназначен для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки: 210100 – Электроника и наноэлектроника, 210400 – Радиотехника*, 223200 - Техническая физика.*

УДК
514.18
ББК
22.151.3

Оглавление

ТОЧКА

Построение точки по данным координатам



Пример 1. Построить точку *A* по координатам X=5; Y=6 и Z=4 (рис. 1):

Рис. 1.

Координата X точки *A* есть расстояние по оси *0X* от точки 0 (начало координат), равное расстоянию самой точки от плоскости *W,* т. е. $Aa'' = 0a_x = X$.

Координата *Y* точки *A* есть расстояние по оси *0Y* от точки *O,* равное расстоянию самой точки от плоскости *V,* т. е. $Aa' = 0a_y = Y$.

Координата *Z* точки *A* есть расстояние по оси *0Z* от точки *0,* равное расстоянию самой точки от плоскости *H,* т. е. $Aa = 0a_z = Z$. (Ход построения ясен из чертежа).

Расстояние точки от горизонтальной плоскости проекций называется высотой точки, расстояние точки от вертикальной плоскости проекций называется глубиной точки, расстояние точки от профильной плоскости проекций называется широтой точки.

Пример 2. Построение проекций точек в октантах, расположенных противоположно (симметрично точке 0) (рис. 2).

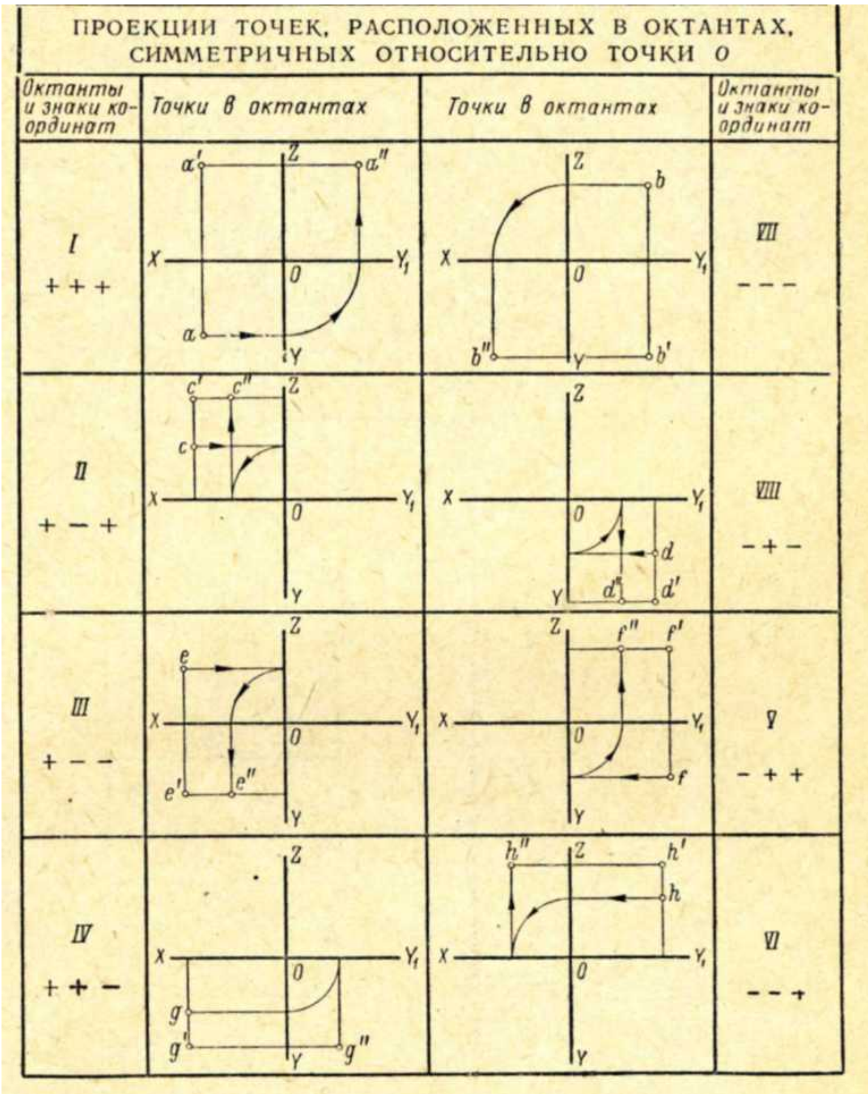


Рис. 2

Точка A в I октанте имеет симметричную ей точку B в VII октанте.

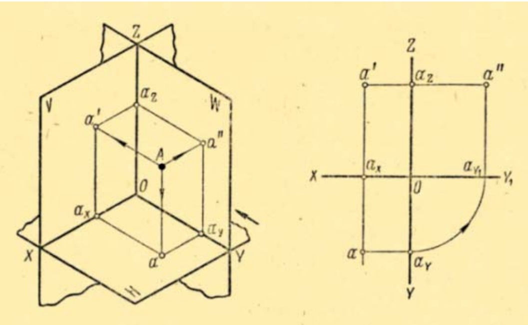
Точка С во II октанте имеет симметричную ей точку ***D*** в VIII октанте.

Точка E в III октанте имеет симметричную ей точку F в V октанте.

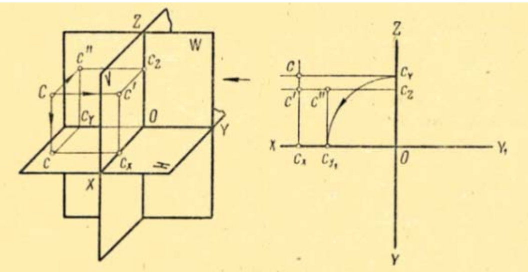
Точка ***G*** в IV октанте имеет симметричную ей точку Н в VI октанте.

Одноименные координаты точек, расположенных в противоположных октантах, (симметричных относительно точки 0) одинаковы по величине, но противоположны по знакам.

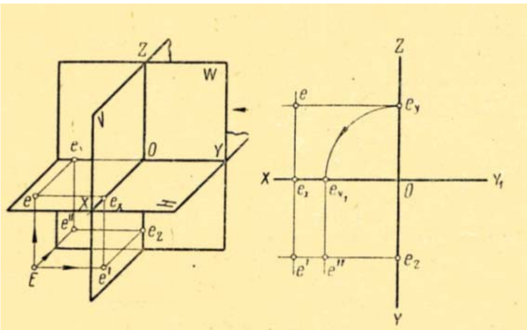
Наглядные изображения точек в первых четырех октантах и их проекции представлены на рис. 3. (Стрелкой показано направление проектирования на плоскость *V*).



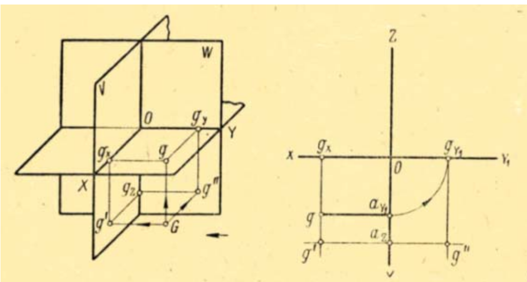
I октант.



II октант.



III октант

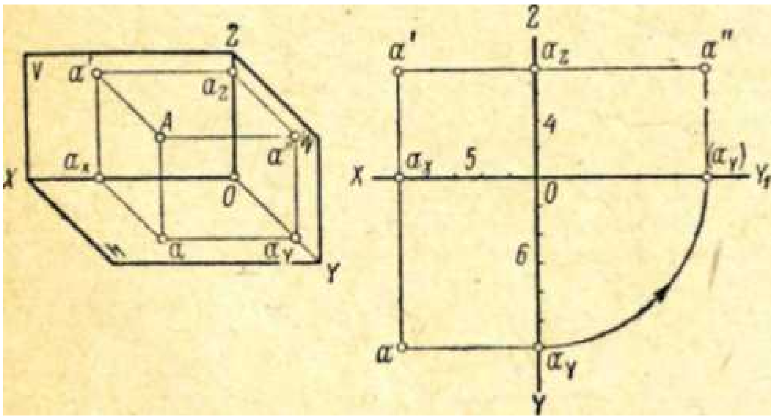


IV октант.

Рис. 3

Необходимо заметить, что проекции точки на плоскостях H и V всегда лежат на одном перпендикуляре к оси *0X,* также как и проекции точки на плоскостях *V* и *W* всегда лежат на одном перпендикуляре к оси *0Z* (на одном уровне).

Построение точки по данным координатам



Пример 1. Построить точку *A* по координатам X=5; Y=6 и Z=4 (рис. 1):

Рис. 1.

Координата X точки *A* есть расстояние по оси *0X* от точки 0 (начало координат), равное расстоянию самой точки от плоскости *W,* т. е. $Aa'' = 0a_x = X$.

Координата *Y* точки *A* есть расстояние по оси *0Y* от точки *O,* равное расстоянию самой точки от плоскости *V,* т. е. $Aa' = 0a_y = Y$.

Координата *Z* точки *A* есть расстояние по оси *0Z* от точки *0,* равное расстоянию самой точки от плоскости *H,* т. е. $Aa = 0a_z = Z$. (Ход построения ясен из чертежа).

Расстояние точки от горизонтальной плоскости проекций называется высотой точки, расстояние точки от вертикальной плоскости проекций называется глубиной точки, расстояние точки от профильной плоскости проекций называется широтой точки.

Пример 2. Построение проекций точек в октантах, расположенных противоположно (симметрично точке 0) (рис. 2).

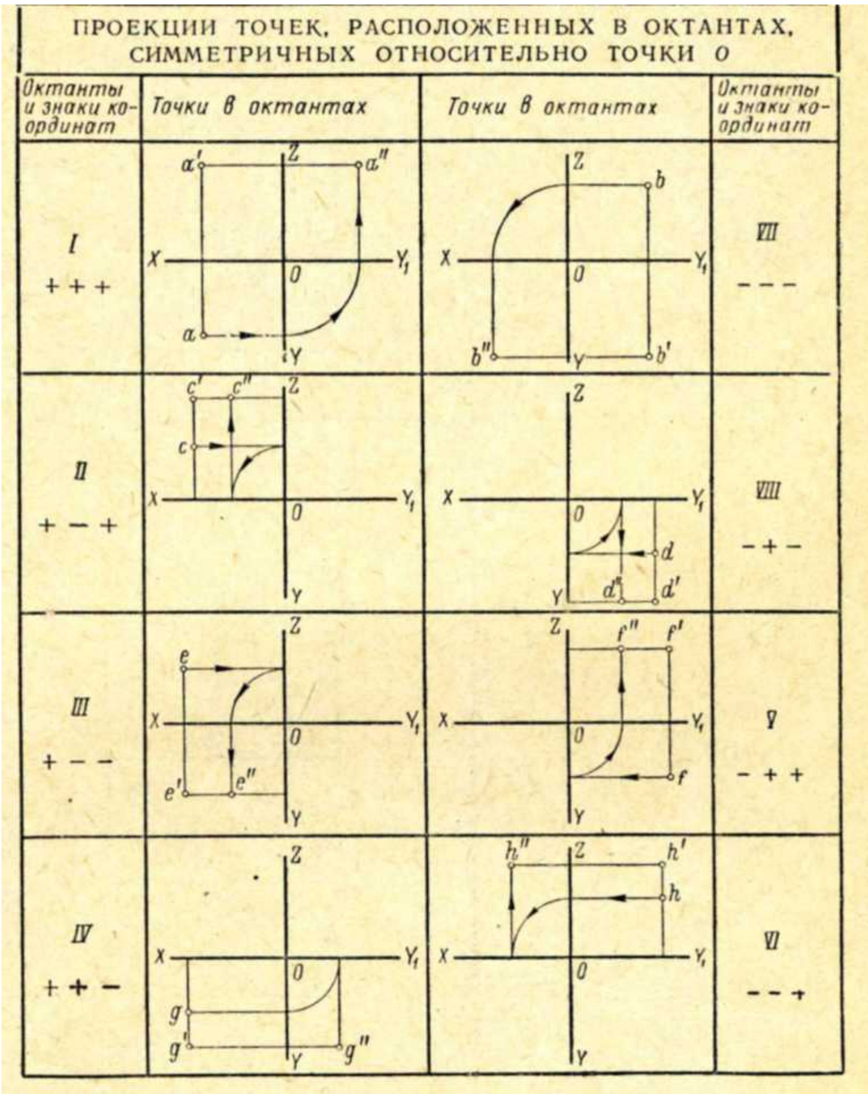


Рис. 2

Точка *A* в I октанте имеет симметричную ей точку *B* в VII октанте.

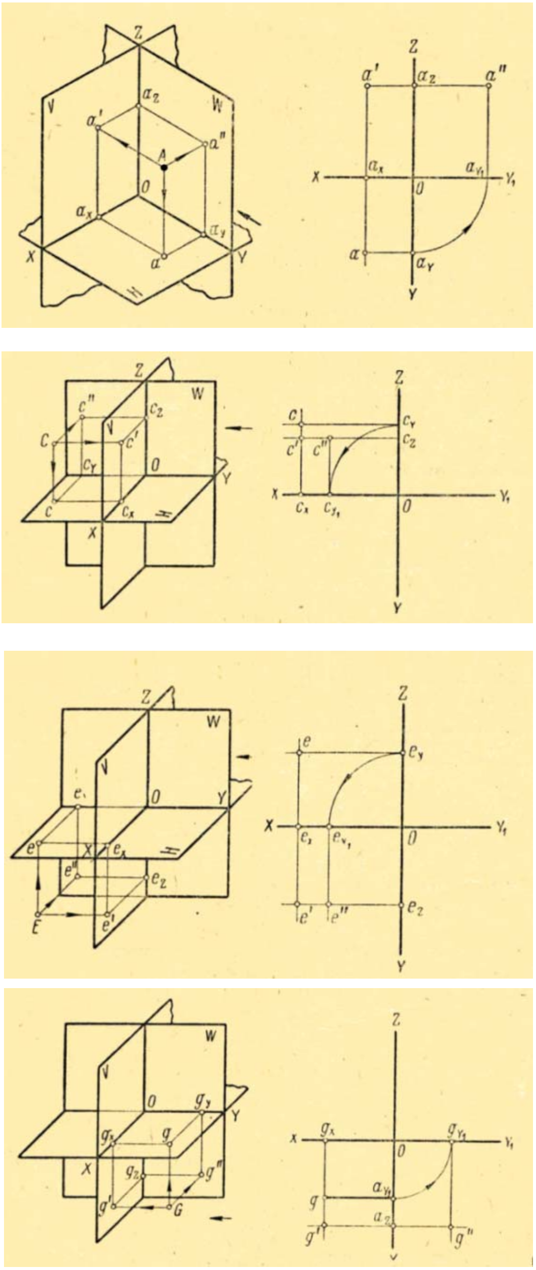
Точка C во II октанте имеет симметричную ей точку ***D*** в VIII октанте.

Точка *E* в III октанте имеет симметричную ей точку *F* в V октанте.

Точка ***G*** в IV октанте имеет симметричную ей точку H в VI октанте.

Одноименные координаты точек, расположенных в противоположных октантах, (симметричных относительно точки 0) одинаковы по величине, но противоположны по знакам.

Наглядные изображения точек в первых четырех октантах и их проекции представлены на рис. 3. (Стрелкой показано направление проектирования на плоскость *V).*



I октант.

II октант.

III октант

IV октант.

Рис. 3

Необходимо заметить, что проекции точки на плоскостях H и V всегда лежат на одном перпендикуляре к оси *0X,* также как и проекции точки на плоскостях *V* и *W* всегда лежат на одном перпендикуляре к оси *0Z* (на одном уровне).

НЕКОТОРЫЕ ПРИЕМЫ ПОСТРОЕНИЯ ТРЕТЬЕЙ ПРОЕКЦИИ

Построение профильных проекций при проектировании точек, находящихся в различных октантах

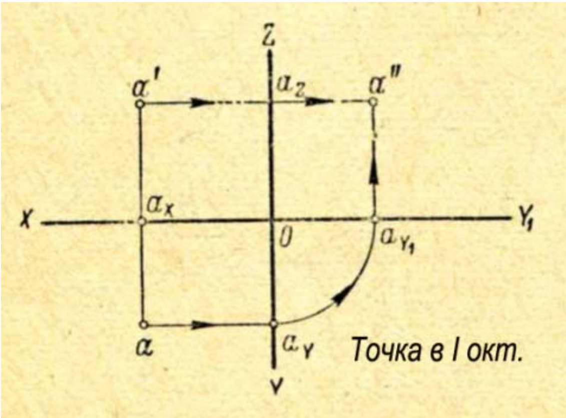


Рис. 4, а.

При проектировании точек, находящихся в пространстве четырех ближайших октантов — I, IV, V и VIII — (рис. 4, *а*) профильную проекцию точки следует определять дугой, проведенной в нижней правой части эпюра (от положительной оси *Y* к положительной Y_1).

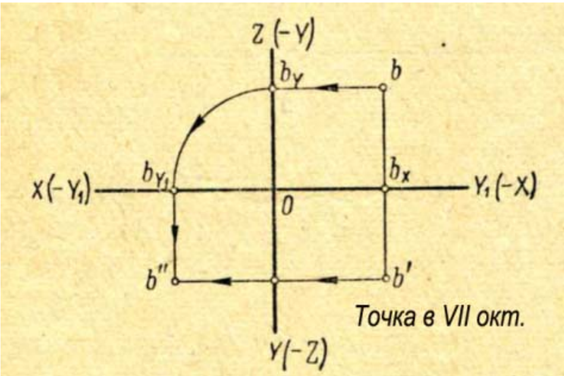


Рис. 4, б.

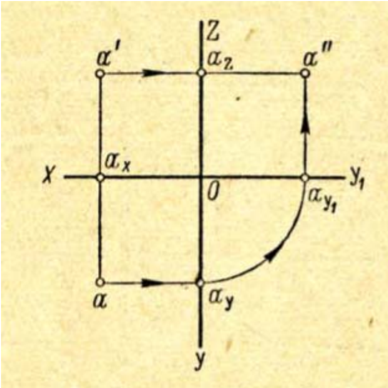
При проектировании точек, находящихся в пространстве четырех задних октантов — II, III, VI и VII — (рис. 4, *б*) профильную проекцию точки следует определять дугой, проведенной в верхней левой части эпюра (от отрицательной оси *Y* к отрицательной же Y_1).

Начинать определять профильную проекцию точки надо всегда с горизонтальной проекции.

Построение третьей проекции точки по двум любым данным проекциям

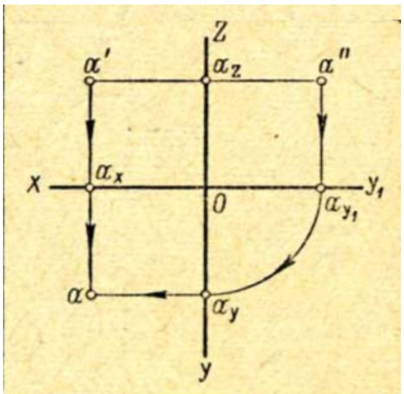
Так как линии связи проектируемой точки должны быть замкнутыми, то в каждом случае недостающая проекция точки определяется пересечением двух взаимно перпендикулярных линий, проведенных из данных проекций точки перпендикулярно соответствующим осям проекций.

На рис. 5 приведены примеры построения третьей проекции по двум любым данным.



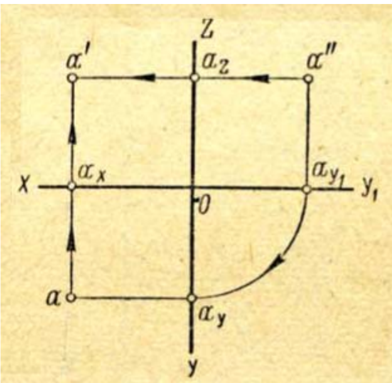
По данным вертикальной и горизонтальной проекциям построена профильная проекция точки (рис. 5, *а)*.

Рис. 5, а.



По данным вертикальной и профильной проекциям построена горизонтальная проекция точки (рис. 5, б).

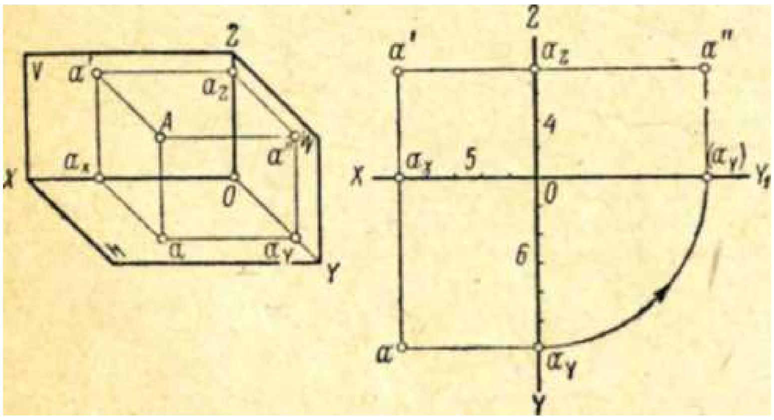
Рис. 5, б



По данным горизонтальной и профильной проекциям построена вертикальная проекция точки (рис. 5, в).

Рис. 5, в.

Построение точки по данным координатам



Пример 1. Построить точку *A* по координатам X=5; Y=6 и Z=4 (рис. 1):

Рис. 1.

Координата X точки *A* есть расстояние по оси *0X* от точки 0 (начало координат), равное расстоянию самой точки от плоскости *W,* т. е. $Aa'' = 0a_x = X$.

Координата *Y* точки *A* есть расстояние по оси *0Y* от точки *O,* равное расстоянию самой точки от плоскости *V,* т. е. $Aa' = 0a_y = Y$.

Координата *Z* точки *A* есть расстояние по оси *0Z* от точки *0,* равное расстоянию самой точки от плоскости *H,* т. е. $Aa = 0a_z = Z$. (Ход построения ясен из чертежа).

Расстояние точки от горизонтальной плоскости проекций называется высотой точки, расстояние точки от вертикальной плоскости проекций называется глубиной точки, расстояние точки от профильной плоскости проекций называется широтой точки.

Пример 2. Построение проекций точек в октантах, расположенных противоположно (симметрично точке 0) (рис. 2).

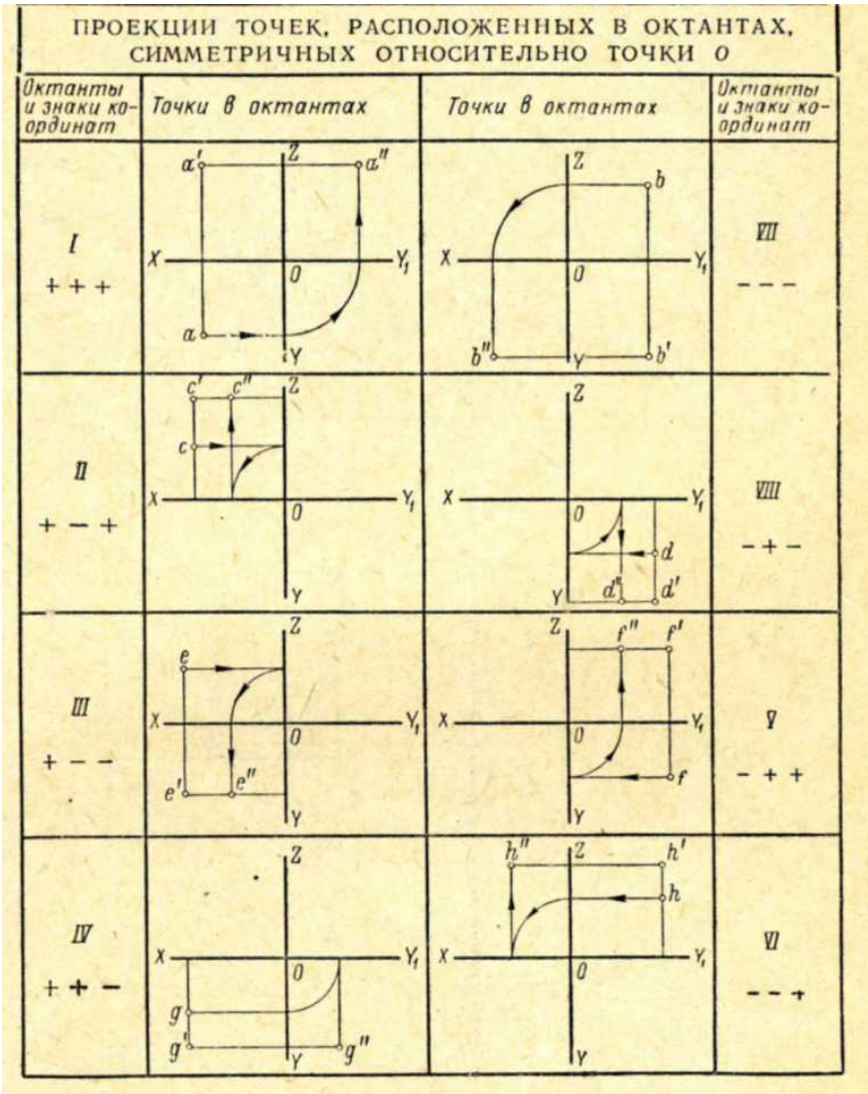


Рис. 2

Точка *A* в I октанте имеет симметричную ей точку *B* в VII октанте.

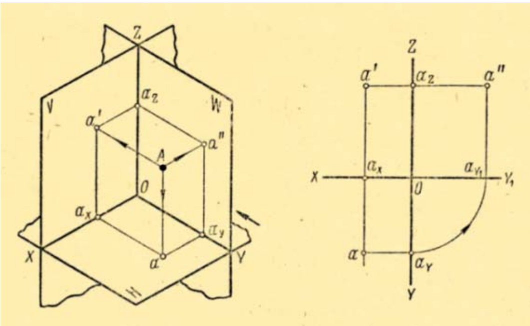
Точка C во II октанте имеет симметричную ей точку ***D*** в VIII октанте.

Точка *E* в III октанте имеет симметричную ей точку *F* в V октанте.

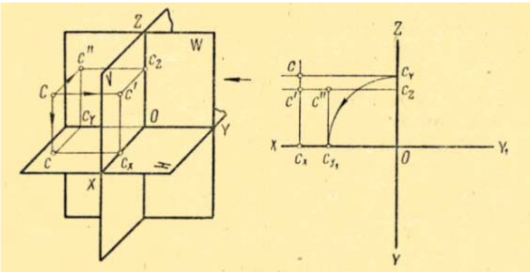
Точка ***G*** в IV октанте имеет симметричную ей точку H в VI октанте.

Одноименные координаты точек, расположенных в противоположных октантах, (симметричных относительно точки 0) одинаковы по величине, но противоположны по знакам.

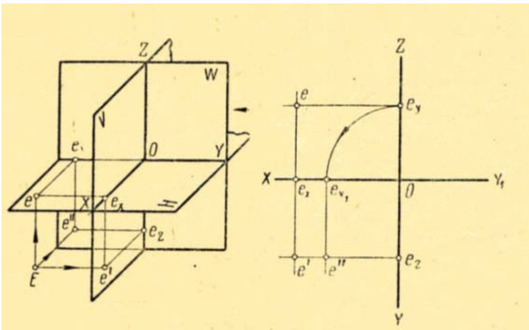
Наглядные изображения точек в первых четырех октантах и их проекции представлены на рис. 3. (Стрелкой показано направление проектирования на плоскость *V*).



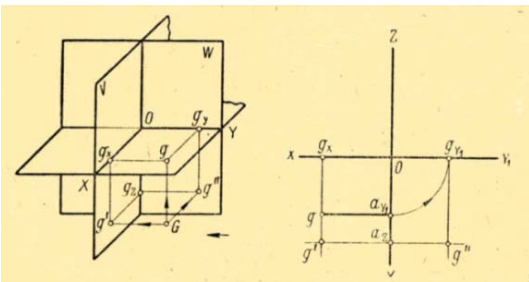
I октант.



II октант.



III октант



IV октант.

Рис. 3

Необходимо заметить, что проекции точки на плоскостях H и V всегда лежат на одном перпендикуляре к оси *0X,* также как и проекции точки на плоскостях *V* и *W* всегда лежат на одном перпендикуляре к оси *0Z* (на одном уровне).

РАССТОЯНИЯ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТЕЙ И ОСЕЙ ПРОЕКЦИЙ

Расстояния пространственной точки до плоскостей проекций *могут быть измерены непосредственно, как определенные отрезки на эпюре — по линии связи (как и по координатным осям).*

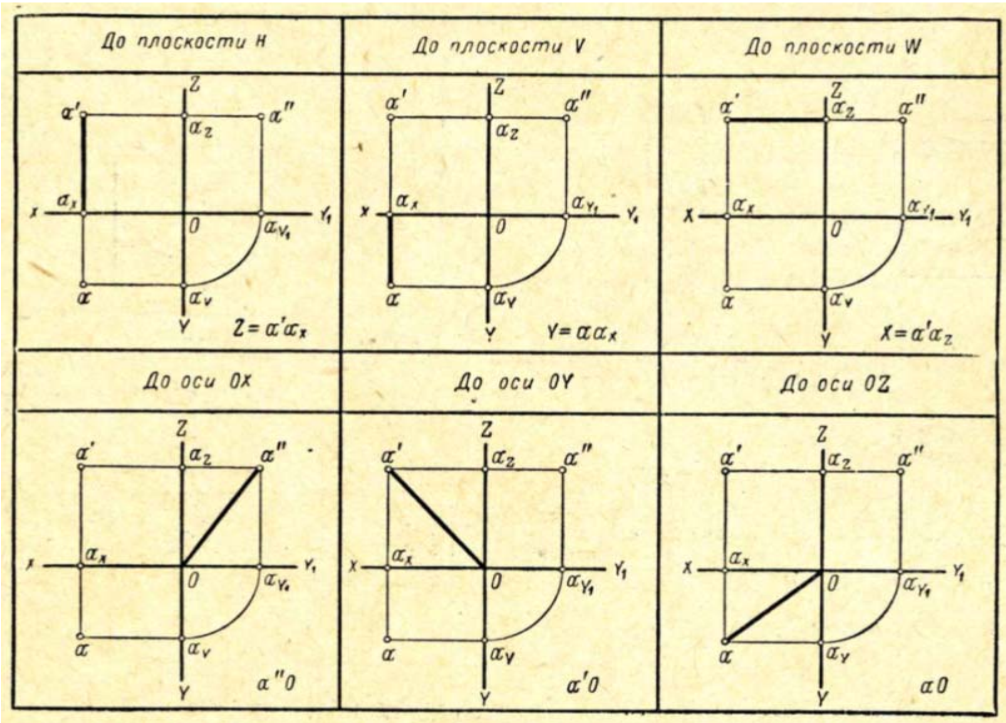


Рис. 6

Так, расстояние от точки A *до плоскости* H *(высота точки) есть* $a'a_x$ = *Z;*

расстояние от точки A *до плоскости V (глубина точки) есть* $aa_x = Y$;

расстояние от точки A *до плоскости* W *(широта точки) есть* $a'a_z = X$.

Расстояния пространственной точки до осей проекций *могут быть измерены непосредственно на эпюре, как определенные отрезки диагоналей прямоугольников.*

Например: расстояние точки до оси 0X *— диагональ прямоугольника на плоскости* W.

На рис. 6 эти расстояния показаны толстыми линиями.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРЯМЫХ ЛИНИЙ

Положение прямой линии в пространстве определяется положением двух ее точек. Чтобы спроектировать прямую линию ***в*** *общем случае, надо спроектировать две ее точки (у отрезка — оба конца) и соединить полученные проекции.*

Проекции прямой общего положения

Каждая проекция прямой общего положения короче ее истинной величины.

Истинная величина, отрезка прямой общего положения определяется гипотенузой прямоугольного треугольника, одним катетом которого является одна из проекций данного отрезка, а другим катетом — разность расстояний концов другой его (отрезка) проекции до оси проекций.

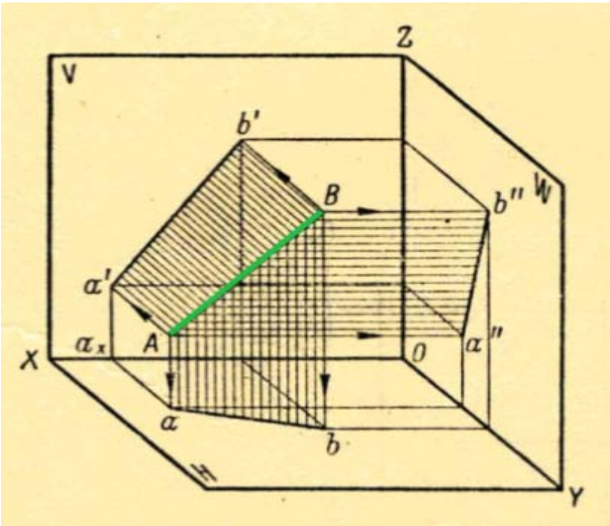


Рис. 7, а.

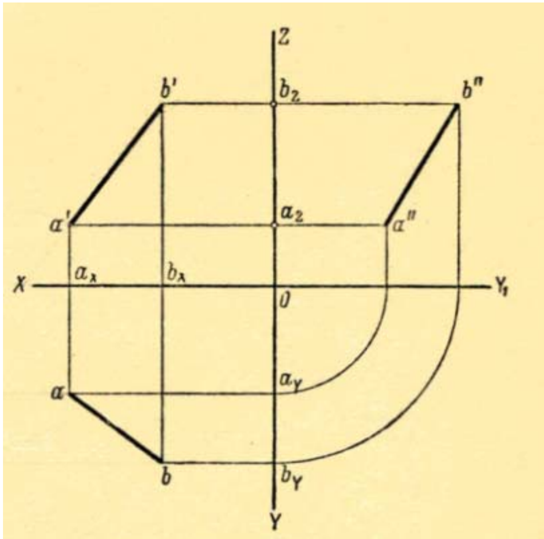


Рис. 7, б.

На рис. 7, а показано наглядное изображение такой прямой, а на рис. 7, б — **ее** эпюр

Если оба конца отрезков лежат по разные стороны от оси проекций, то разность расстояний следует брать алгебраическую.

На рис.8 приведены примеры нахождения истинной величины отрезка прямой общего положения указанным способом.

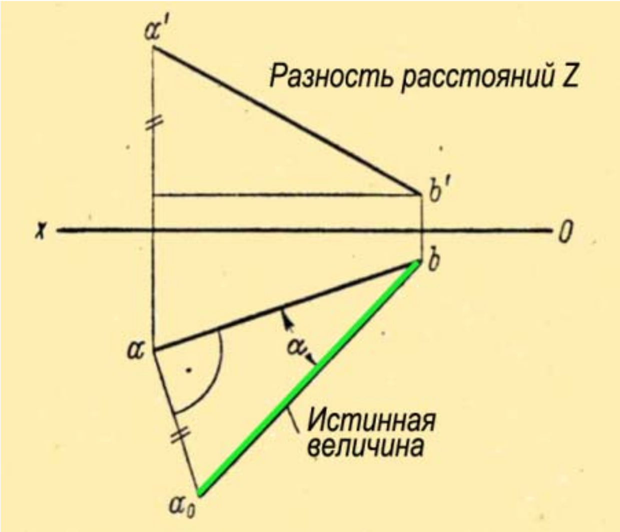


Рис. 8, а.

На рис.8, а истинная величина отрезка прямой определена на горизонтальной плоскости (по горизонтальной проекции).

Угол α определяет истинную величину угла наклона прямой к плоскости H

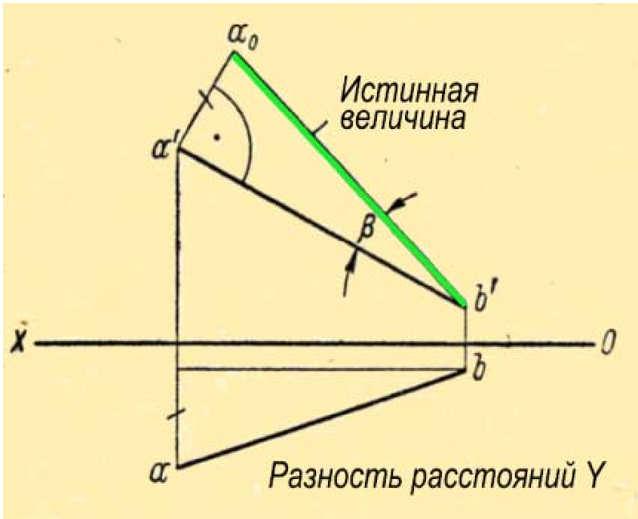


Рис. 8, б.

На рис. 8, б — на вертикальной плоскости (по вертикальной проекции).

Угол β определяет истинную величину угла наклона прямой к плоскости V.

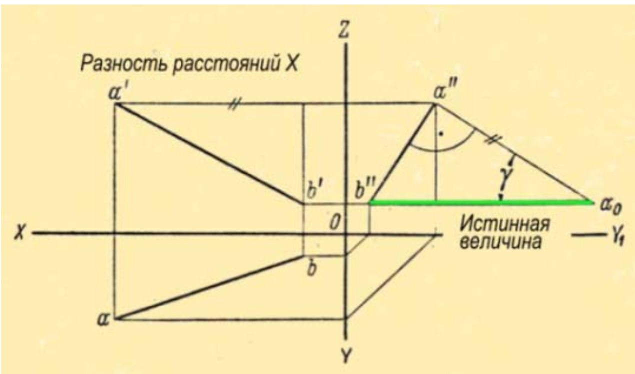


Рис. 8, в.

На рис. 8, в — на профильной проекции (по профильной проекции).

угол γ определяет истинную величину угла наклона прямой к плоскости W

Свойства пропорциональности частей отрезка прямой и их проекций

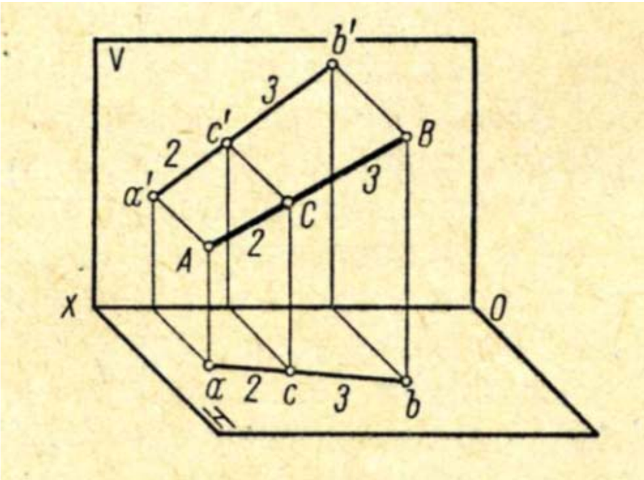


Рис. 9, а.

Отношение отрезков пространственной прямой равно отношению их проекций, *т. е., если какая-то точка* С *(рис. 9,* а) *делит прямую* АВ *на две части в отношении 2:3, то проекции ее с и с' разделяют одноименные проекции прямой* ab *и* a'b' *в том же отношении, т. е.*

$$\frac{AC}{CB}=\frac{ac}{cb}=\frac{a'c'}{c'b'}=\frac{2}{3}$$

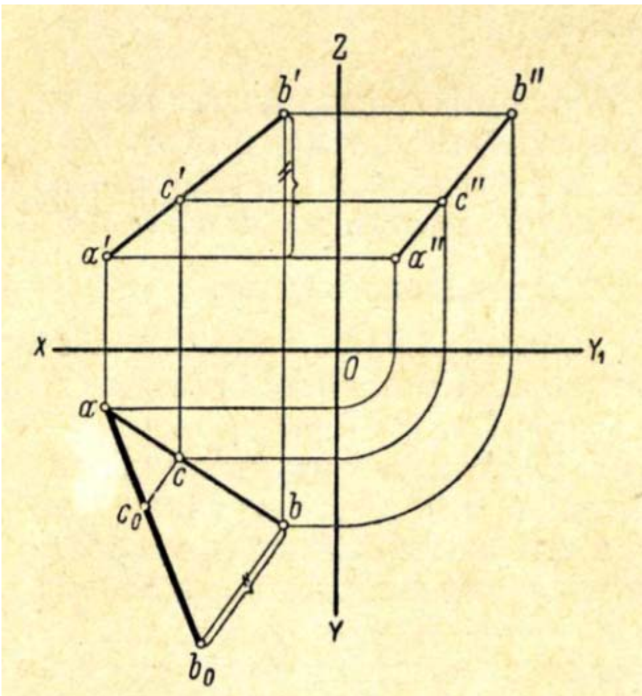


Рис. 9, б.

На примере, приведенном на рис. 9, б, истинная величина прямой разделена точкой c_0 на две части в отношении 2:3; в таком же отношении разделятся и все три проекции прямой.

НЕКОТОРЫЕ МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

Метрическими задачами называются задачи, связанные с измерением расстояний и углов.

Задачи на измерение расстояний могут быть сведены к следующим случаям.

1. Определение истинной величины отрезка прямой линии.
2. Определение истинных величин плоских фигур.
3. Определение кратчайших расстояний:
   a) от точки до прямой;
   b) от точки до плоскости;
   c) от точки до плоской фигуры;
   d) от точки до поверхности тела;
   e) между двумя параллельными прямыми,
   f) между двумя скрещивающимися прямыми;
   g) между двумя параллельными плоскостями.
4. Определение истинной величины углов:
   a) между двумя прямыми;
   b) между прямой и плоскостью;
   c) между двумя плоскостями;
   d) между плоскостью общего положения и плоскостью проекций;
   e) между плоской фигурой и плоскостью проекций и др.

Все указанные задачи могут быть решены различными способами: вращения, совмещения, перемены плоскостей проекций и т. п.

Определение истинной величины отрезка прямой и углов наклона его к плоскостям проекций способом прямоугольного треугольника

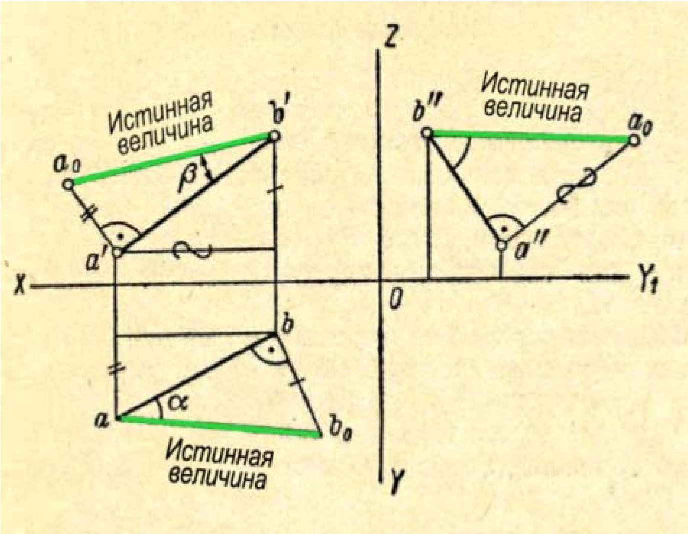


Рис. 6.

Истинная величина отрезка прямой определяется гипотенузой прямоугольного треугольника, одним катетом которого является одна из проекций данной прямой, а другим катетом — разность расстояний концов другой ее проекции до оси проекций (рис. 6).

Истинная величина угла наклона прямой к плоскости H определяется углом α между гипотенузой и горизонтальной проекцией прямой

Истинная величина угла наклона прямой к плоскости V определяется углом β между гипотенузой и вертикальной проекцией прямой.

Истинная величина угла наклона к плоскости проекций W определяется углом γ (между гипотенузой и профильной проекцией прямой).

Определение истинной величины отрезка прямой способом вращения

Известно, что прямая проектируется без искажения (в истинной величине) только на той плоскости проекций, к которой она параллельна; поэтому, применяя способ вращения, достаточно повернуть отрезок вокруг оси вращения, взятой перпендикулярно одной из плоскостей проекций, до положения, параллельного плоскости проекций. В результате на одной из плоскостей проекций (которой прямая параллельна) получаем *истинную величину отрезка прямой*.

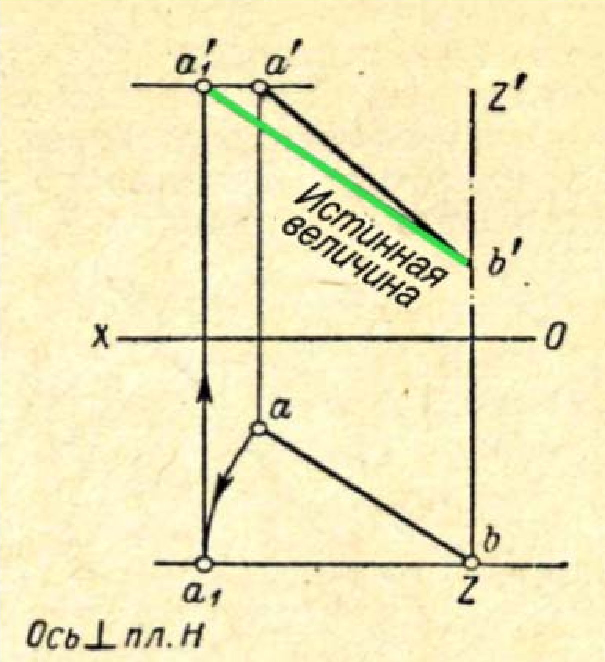


Рис. 7а.

Пример 3. Вращением вокруг оси Y, перпендикулярной к плоскости и проходящей через точку B (b_1, b'), прямой AB придается положение, параллельное плоскости H, где она и проектируется в истинную величину (рис7, а).

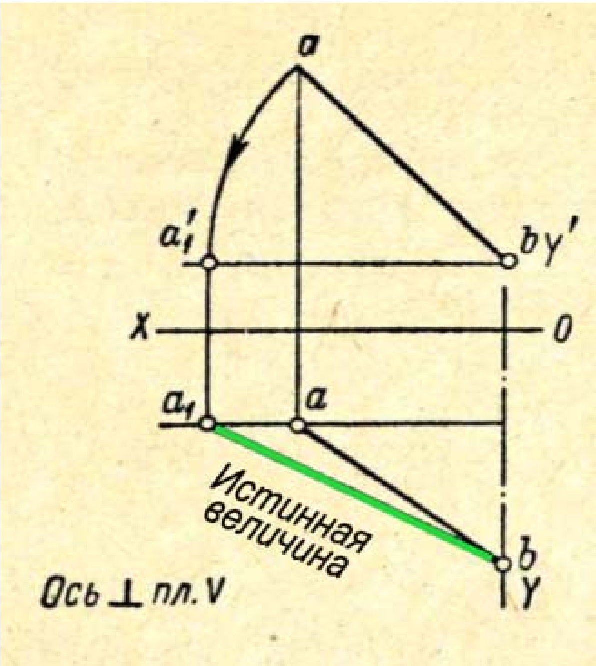


Рис. 7б.

***Пример** 4*. Вращением вокруг оси Z, перпендикулярной плоскости H и проходящей через точку B (b_1, b'), прямой AB придается положение, параллельное плоскости V, где она и проектируется в истинную величину (рис. 7, б).

Истинная величина угла наклона прямой к плоскости проекций определяется углом наклона полученной прямой к оси проекций.

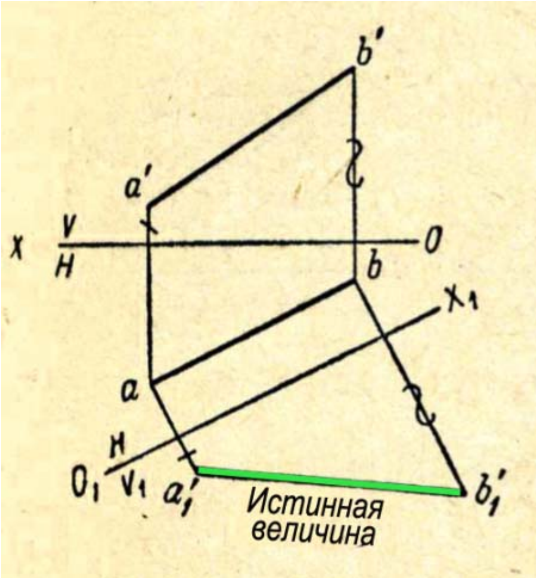


Рис. 8.

Пример 5. Определение истинной величины отрезка прямой (рис. 8.) способом перемены плоскостей проекций.

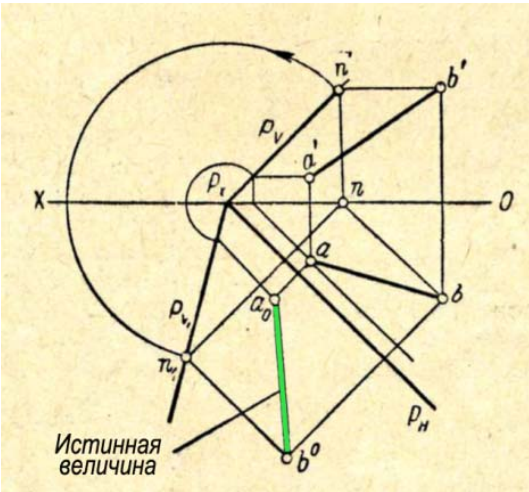


Рис. 9.

Пример 6. Определение истинной величины отрезка прямой способом совмещения (если прямая лежит в данной плоскости) (рис. 9).

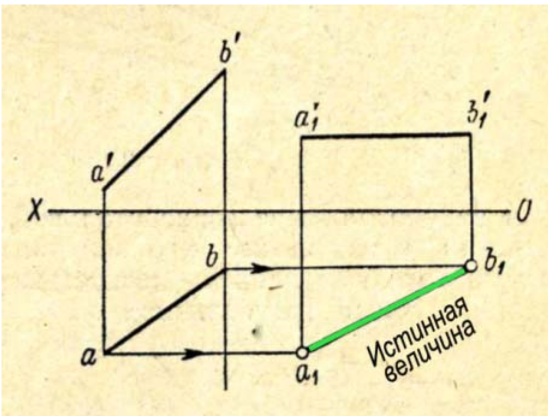


Рис. 10.

Пример *7*. Определение истинной величины отрезка прямой способом параллельного перемещения (рис. 10).

Определение наименьшего расстояния от точки до прямой

Кратчайшее расстояние между отдельными элементами измеряется, как известно, перпендикуляром.

Истинная *величина расстояния от точки до прямой есть перпендикуляр, опущенный из точки на прямую.*

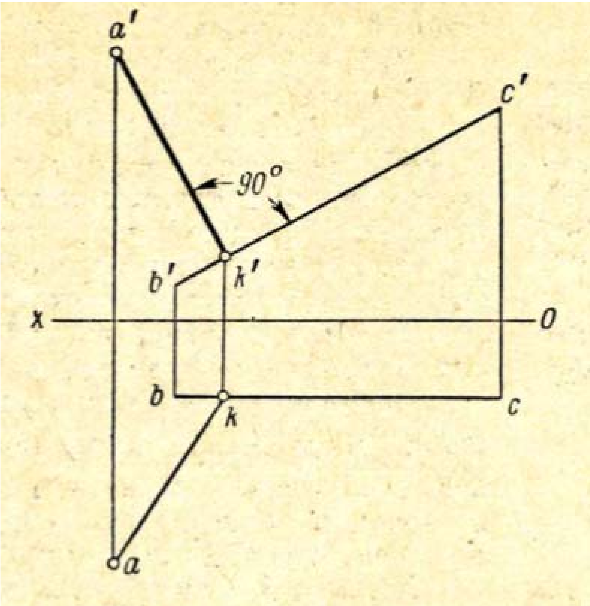


Рис. 11, а.

Пример 8. Перпендикуляр, опущенный из данной точки в пространстве на фронтальную прямую, проектируется на плоскости *V* под прямым углом к проекции прямой, а на плоскости *H* в искаженном виде (рис. 11, *а)*.

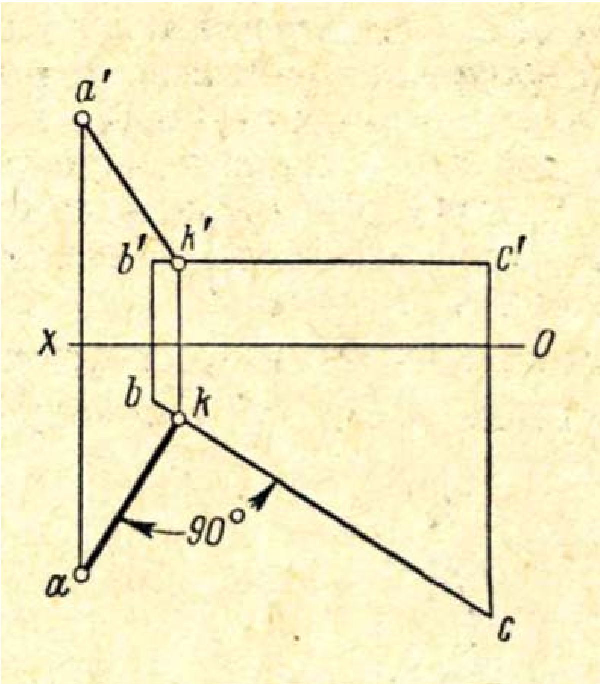


Рис. 11, б.

Пример 9. Перпендикуляр, опущенный из точки в пространстве на горизонтальную прямую, проектируется на плоскости *H* под прямым углом к проекции прямой, а на плоскости *V* в искаженном виде (рис. 11, *б)*.

.

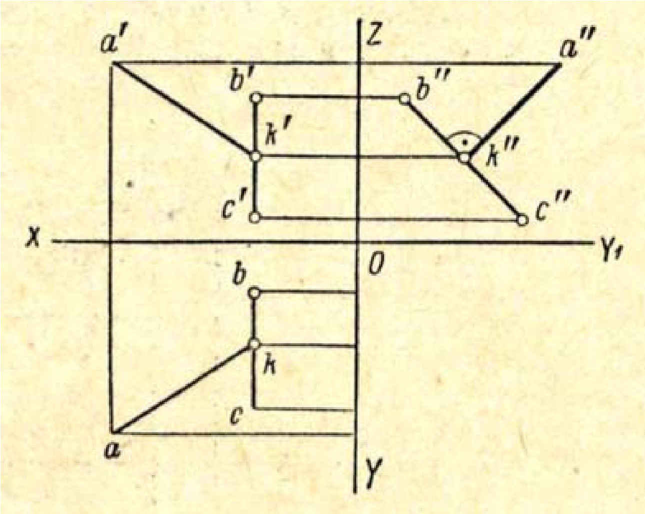


Рис. 11, в

Пример 10. Перпендикуляр, опущенный нз точки на профильную прямую, проектируется на плоскости *W* под прямым углом к проекции прямой, а на плоскостях *V* и *H* в искаженном виде (рис. 11, *в)*.

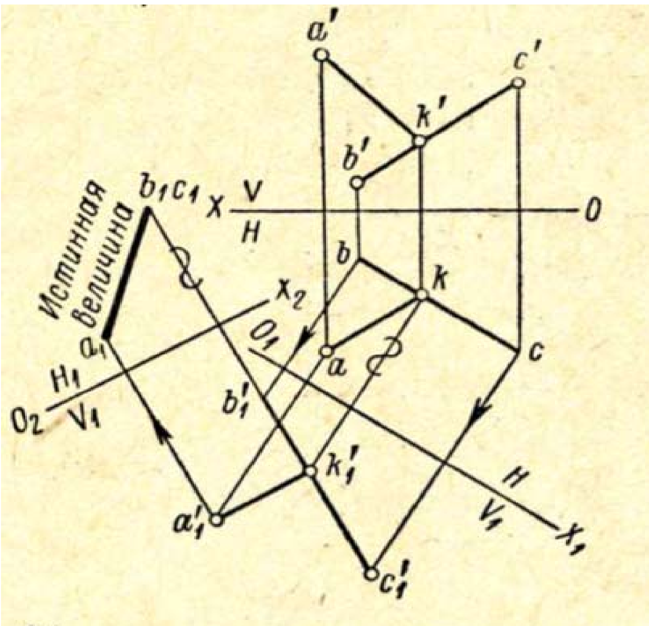
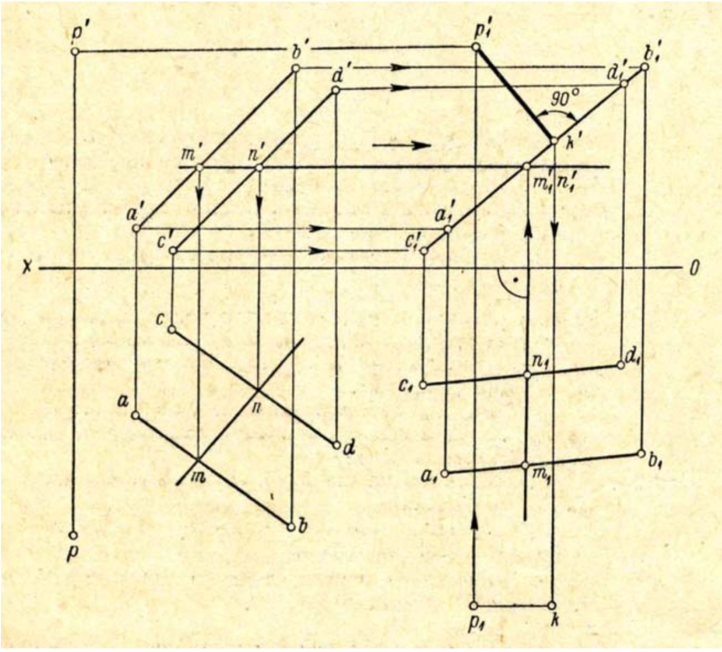


Рис. 11, г

Пример 11. Построение перпендикуляра из точки на прямую общего положения способом перемены плоскостей проекций приведено на рис. 11, *г*.

Определение наименьшего расстояния от точки до плоскости



Пример 12. Определение расстояния от точки до плоскости, заданной двумя параллельными прямыми, способом параллельного перемещения (рис. 12).

Рис. 12

Ход построения: через две параллельные прямые проводится горизонталь *MN,* которой затем придается положение, перпендикулярное плоскости *V* (на плоскости *H* — перпендикулярное к оси *0X).*

При таком положении горизонтали обе параллельные прямые на плоскости *V* проектируются в одну прямую (лежащую в вертикально проектирующей плоскости). Перпендикуляр, опущенный на эту прямую из нового положения точки *P,* определит истинную величину расстояния от точки до плоскости, заданной двумя параллельными прямыми. Взаимоположение точки *K* и двух параллельных прямых на горизонтальной плоскости проекций при их перемещении сохраняется.

Определить расстояние от точки *P* до плоскости треугольника *ABC*— значит опустить перпендикуляр из точки *P* на плоскость треугольника и определить точку пересечения *K,* т. е. основание перпендикуляра (рис. 13).

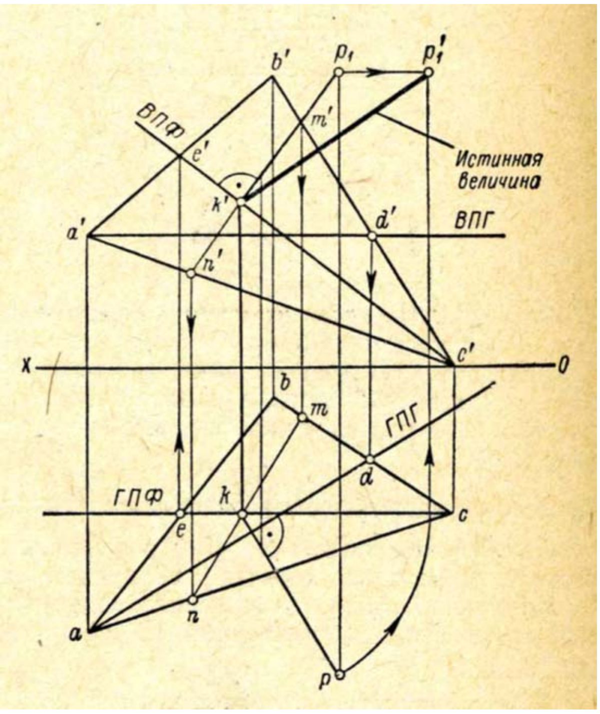


Рис. 13

Пример 13. Определение расстояния от точки до плоскости, заданной треугольником.

Для решения этой задачи надо прежде всего определить направление горизонтальной и вертикальной проекций перпендикуляра к плоскости треугольника. На основании предыдущих положений строятся проекции горизонтали *AD* в треугольнике и перпендикулярно горизонтальной ее проекции *ad* проводится прямая из точки *p* определяющая горизонтальную проекцию направления перпендикуляра. Точно так же строится фронталь *CE* треугольника и перпендикулярно направлению ее вертикаль ной проекции определяется вертикальная проекция направления перпендикуляра (проведенного из точки *p')*

Найдя направления обеих проекций перпендикуляра определяют основание перпендикуляра *K (k, k'),* т. е точку пересечения его с плоскостью треугольника, при помощи проведения вспомогательной проектирующей плоскости; для чего находят линию пересечения ее с плоскостью треугольника *(MN).*

Расстояние от данной точки до треугольника на эпюре выразится проекциями перпендикуляра Р и *К (p, k, p'* и *k).*

Для определения истинной величины его следует применить один из указанных выше способов (здесь приведен способ вращения).

СЛЕДЫ ПРЯМЫХ ЛИНИЙ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИХ ПРОЕКЦИЙ

Следом прямой линии называется точка пересечения отрезка прямой (или его продолжения) с плоскостью проекций.

Прямая, перпендикулярная плоскости проекций, имеет один след на той плоскости, к которой она перпендикулярна.

Прямая, параллельная плоскости, не имеет следа на той плоскости, к которой она параллельна.

Прямая, наклонная ко всем трем плоскостям проекций, пересекаясь с ними, имеет три следа.

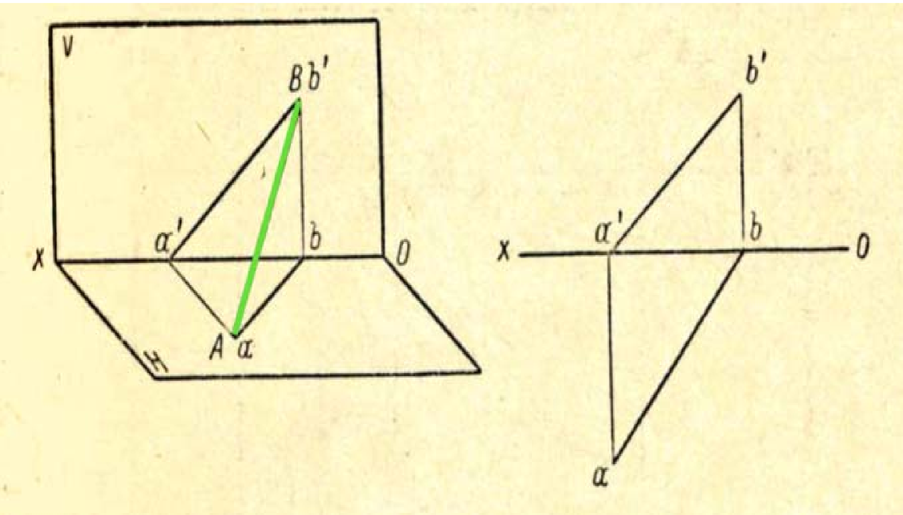


Рис. 14.

Отрезок прямой *AB* (рис. 14), наклонный к плоскостям проекции, может концами своими «упираться» в плоскости проекций: в таком случае точки пересечения прямой с плоскостями являются следами прямой и, как видно из чертежа, получаются без особых построений.

Каждый след прямой имеет две (три) проекции (по числу плоскостей), причем одна из проекций всегда совпадает со следом прямой, а другие лежат на осях проекций.

Определение горизонтального следа прямой

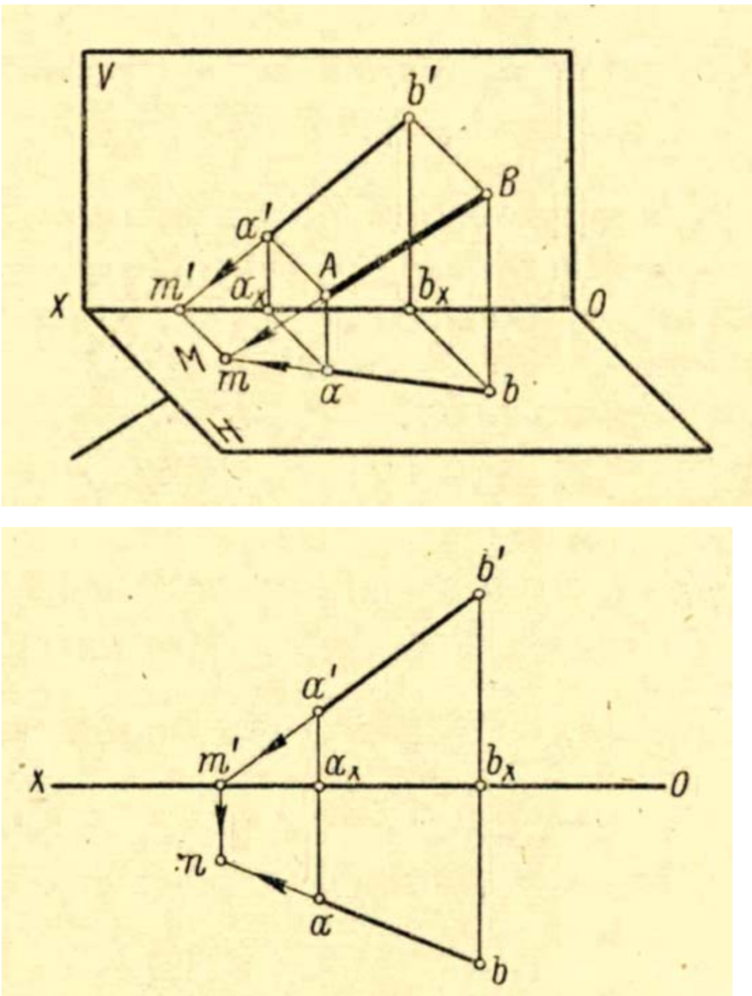


Рис. 15, а.

Для определения горизонтального следа прямой *M* на эпюре (рис. 15, а) следует: продолжить вертикальную проекцию прямой до пересечения с осью 0*X,* из полученной точки *m'* восставить перпендикуляр к оси *0X* и пересечь им продолженную горизонтальную проекцию прямой; полученная точка *m* есть горизонтальная проекция горизонтального следа прямой, с ней же совпадает и сам след прямой.

Следы прямой определяют точки перехода прямой из одного октанта в другой. Так, прямая при продолжении ее вниз проходит через след *M* из I октанта в IV октант.

Определение вертикального следа прямой

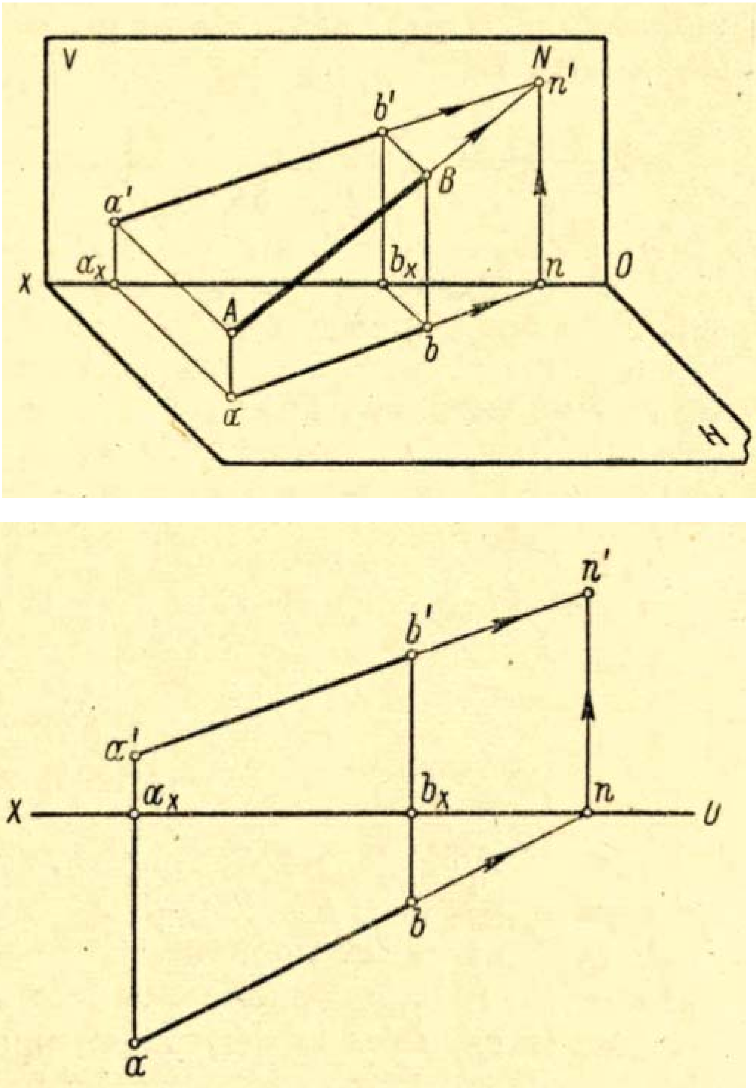


Рис. 15, б.

Для определения вертикального следа прямой *N* (рис. 15, б) следует: продолжить горизонтальную проекцию прямой до пересечения с осью *0X,* из полученной точки *n* восставить перпендикуляр к оси *0X* и пересечь им продолженную вертикальную проекцию прямой; полученная точка *n′* есть вертикальная проекция вертикального следа прямой, с ней же совпадает и сам след прямой. Прямая при продолжении ее вверх через след *N* проходит из I октанта во II октант.

Определение профильного следа прямой

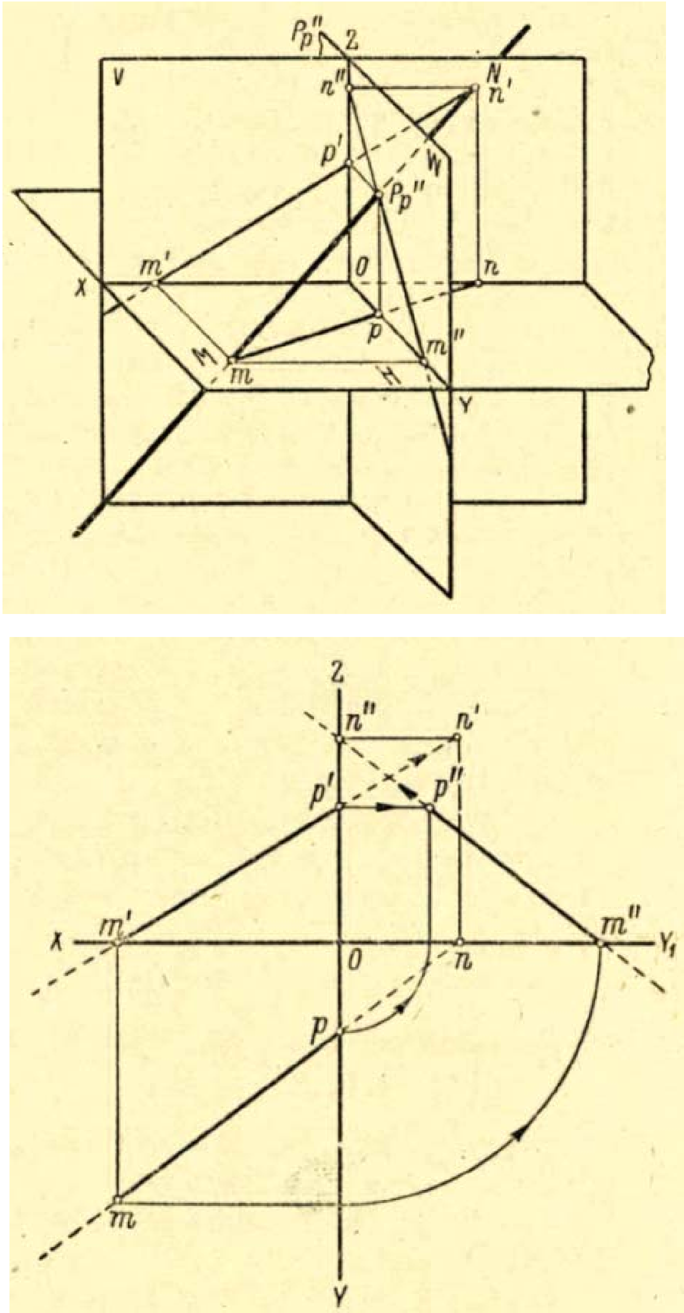


Рис. 15, в.

Для определения профильного следа прямой *P* (рис. 15, в) вначале определяют его проекции: горизонтальную *p,* которая лежит на пересечении горизонтальной проекции прямой с осью *0Y* и вертикальную *p',* которая лежит на пересечении вертикальной проекции прямой с осью $0Z$; по двум полученным проекциям третья (профильная) строится обычным способом; с третьей проекцией p'' совпадает и сам след прямой P.

При точном выполнении чертежа точка p'' должна лежать на профильной проекции прямой.

Прямая проходит через IV, I, V и VI октанты.

Данная прямая (при продолжении ее в обе стороны) проходит (снизу) из IV октанта в I октант через точку M, из I октанта во II октант через точку N, из II октанта в VI октант через точку Р.

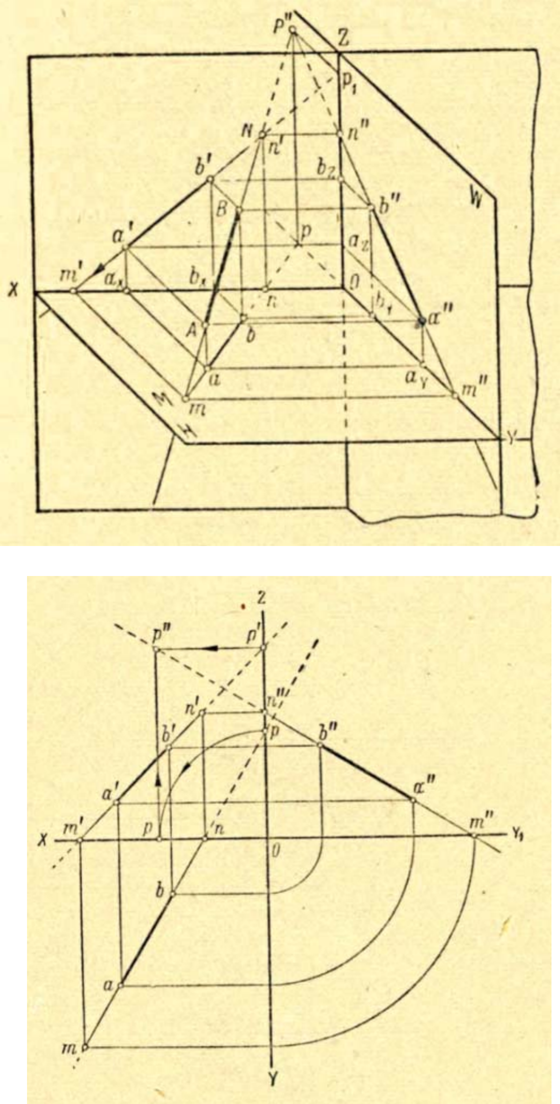


Рис. 16.

Пример 14. Определить следы прямой, проходящей через IV, I, II и VI октанты.

В данном случае (рис. 16) горизонтальная проекция профильного следа (точка p) находится на отрицательной оси $0Y$ (выше оси $0X$); для нахождения профильного следа проводится дуга в левой верхней части чертежа, радиусом $0p$ из центра 0; перпендикуляр к оси $0X$, проведенный из полученной точки до уровня вертикальной проекции p', определит профильную проекцию p'' профильного следа и сам след P.

ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПРЯМЫХ ЛИНИЙ

Две прямые линии в пространстве могут быть параллельными между собой, т. е. лежать в одной плоскости; пересекаются между собой, т. е. иметь одну общую точку; скрещиваться между собой, т. е. не лежать в одной плоскости.

Параллельные прямые *

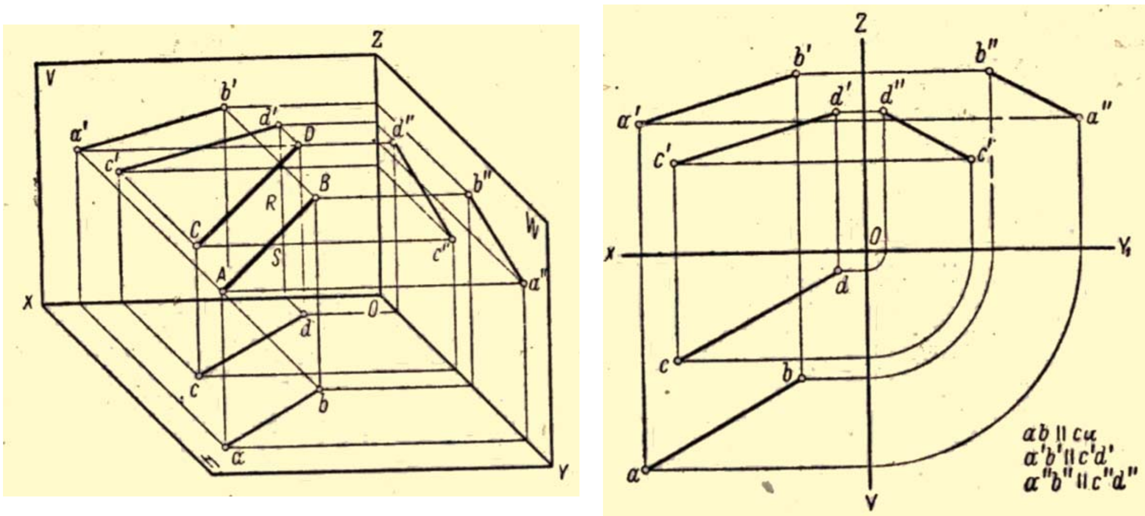


Рис. 17.

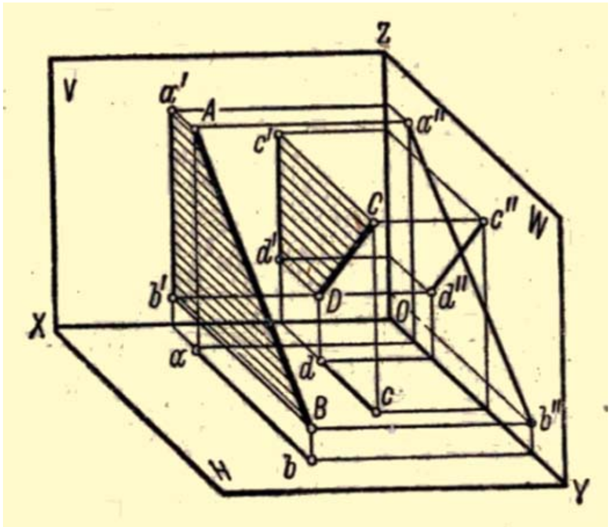
Проектирующие плоскости, проходящие через две параллельные прямые, параллельны между собой и пересекают плоскость проекции по двум параллельным прямым (плоскости *R* и S, рис. 17).

Отсюда следует, что *при параллельности в пространстве двух прямых линий их одноименные проекции также параллельны (горизонтальные проекции между собой, вертикальные проекции между собой и профильные проекции — между собой).*

При равенстве отрезков прямых — равны также их одноименные проекции.

При неравенстве отрезков прямых — их одноименные проекции пропорциональны.

Исключение из общего правила параллельности прямых: если параллельные между собой проекции прямых даны лишь на двух плоскостях проекций, то параллельность прямых в пространстве подтверждается всегда для прямых общего положения и может не подтверждаться для прямых, параллельных одной какой-либо плоскости проекций. Только построение третьей проекции этих прямых определит — параллельны ли прямые или нет.



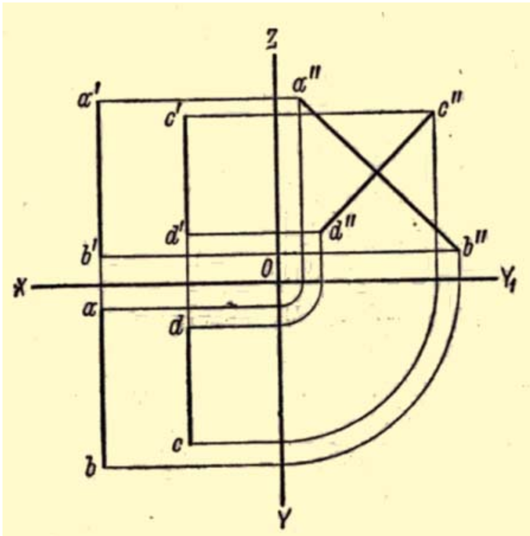


Рис. 18.

На рис. 18 одноименные проекции двух прямых параллельны между собой (на плоскостях *H* и *V),* но при проектировании прямых на плоскость *W* профильные проекции их получаются не параллельными, а пересекающимися

Следовательно, в пространстве эти линии лежат в двух параллельных проектирующих плоскостях, но различно расположены в них, т. е. являются скрещивающимися.

Пересекающиеся прямые

Если две прямые в пространстве пересекаются между собой, то на эпюре точки пересечения их одноименных проекций лежат на одном перпендикуляре к оси проекций.

Точки k′ и k лежат на одном перпендикуляре к оси 0X (рис. 19). Точки k′ и k″ лежат на одном перпендикуляре к оси 0Z.

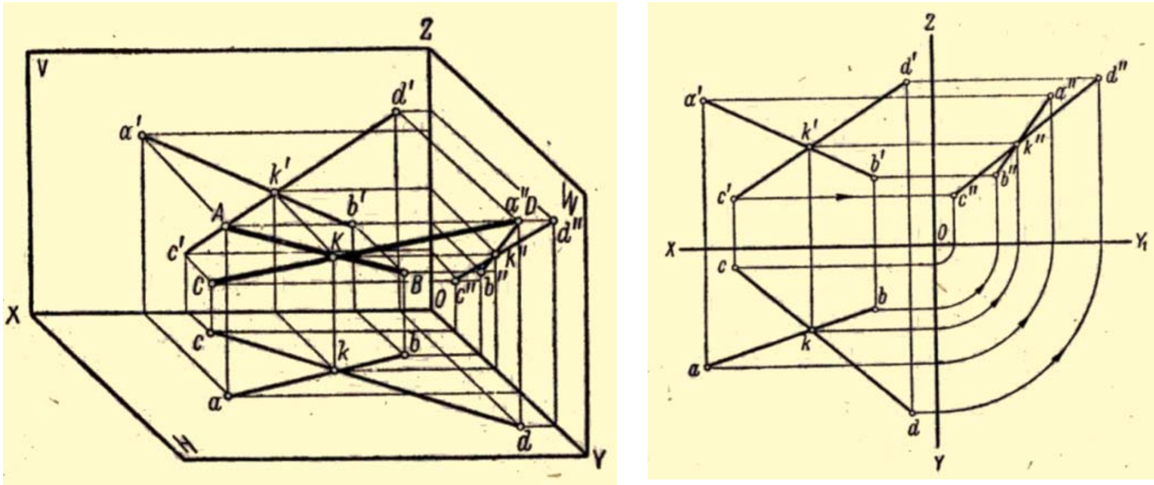
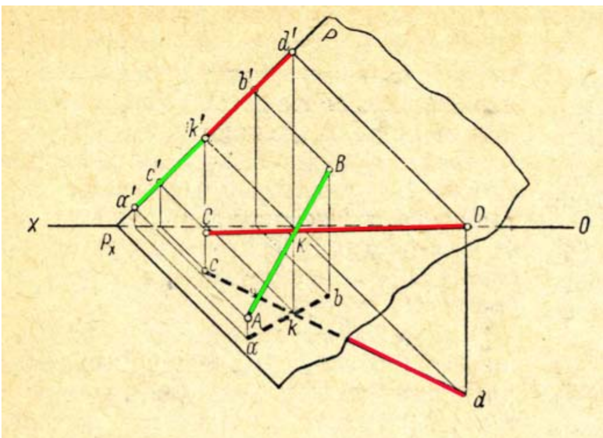


Рис. 19.

В частном случае (рис. 20), когда две пересекающиеся прямые лежат в плоскости, перпендикулярной плоскости проекций, обе прямые проектируются на эту плоскость в одну линию.



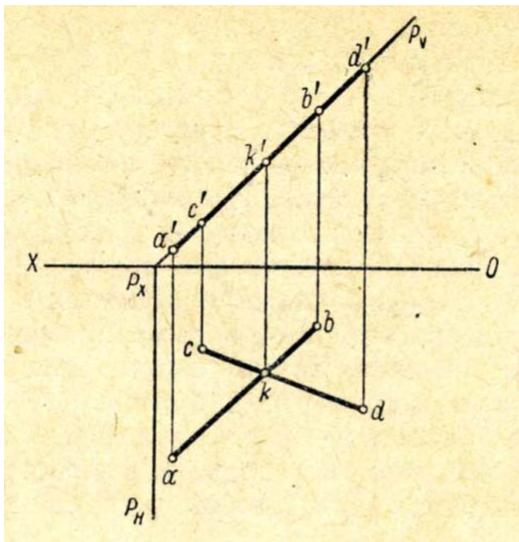


Рис. 20.

Исключение из общего правила суждения о пересекающихся прямых является случай, когда одна из пересекающихся прямых параллельна какой-либо плоскости проекций. В этом случае по двум проекциям пересекающихся прямых нельзя определить пересекаются ли такие прямые в пространстве. Необходимо построить третью проекцию, которая и покажет действительное взаимоотношение линий.

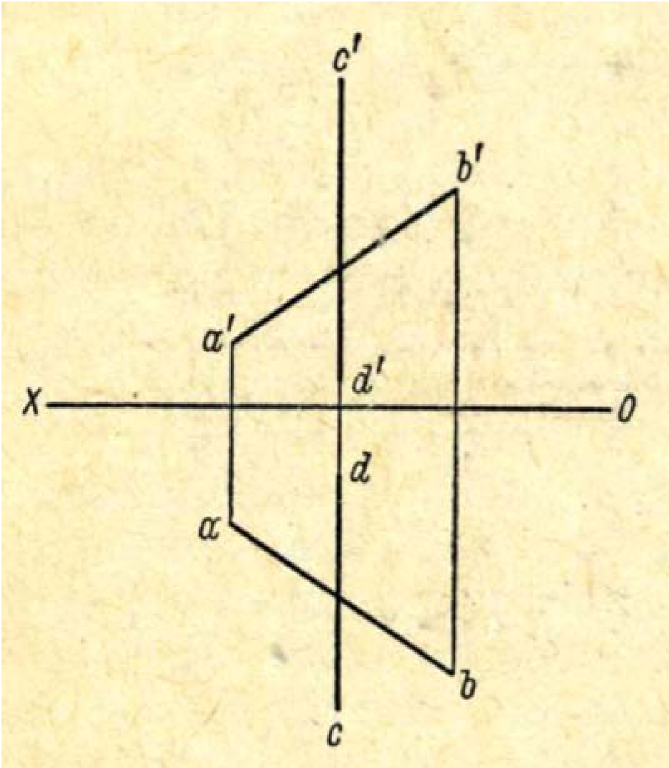


Рис. 21, а

На эпюре (рис. 21, *а)* одноименные проекции на плоскостях *H* и *V* двух прямых пересекаются, причем точки пересечения лежат на одном (общем) перпендикуляре.

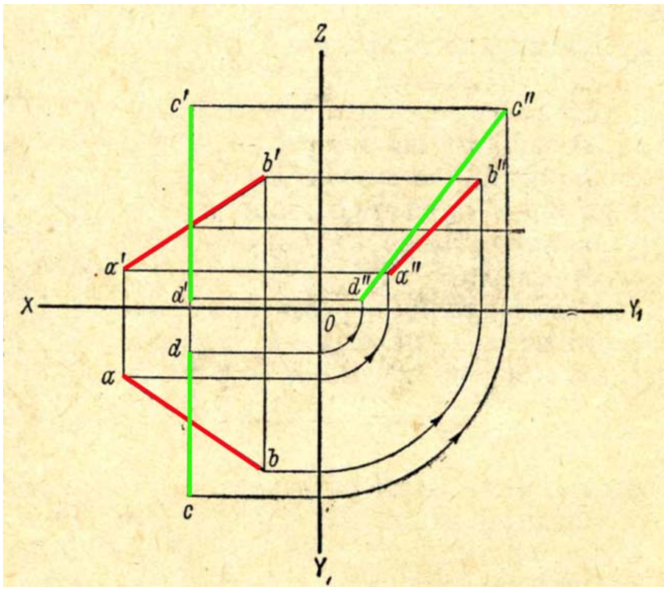


Рис. 21, б.

Третья проекция (профильная) показывает (рис. 21, *б),* что эти прямые в пространстве не пересекаются между собой, а скрещиваются.

Скрещивающиеся прямые

Если две прямые в пространстве *скрещиваются* между собой, то на эпюре обе пары их одноименных проекций *не могут быть параллельными:* либо одна пара проекций *пересекается,* а другая *параллельна,* либо *обе* пары проекций *пересекаются.*

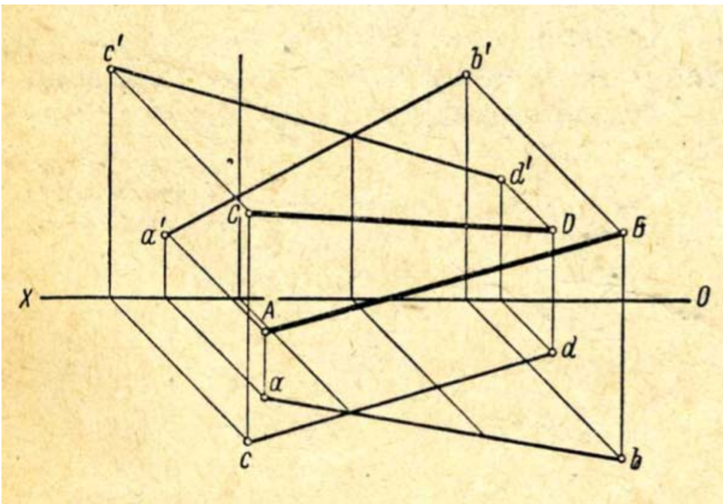


Рис. 22, а.

В последнем случае точки пересечения одноименных проекций не могут лежать на одном перпендикуляре к оси проекций (рис. 22, а).

Определение видимости участков прямой линии

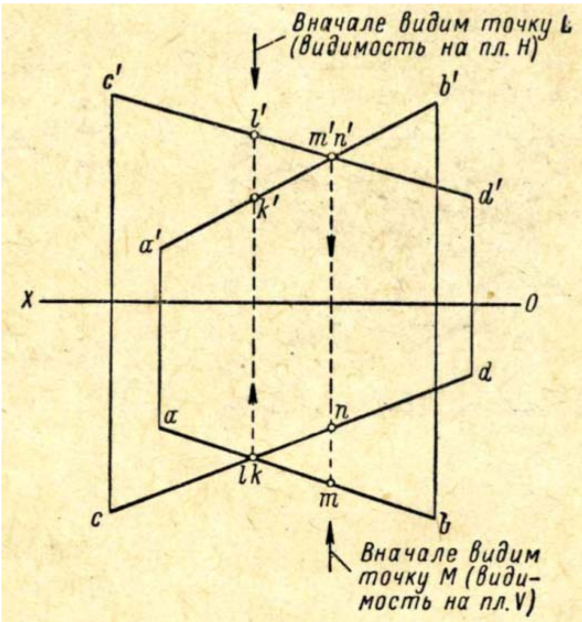


Рис. 22, б.

На примере скрещивающихся прямых определим видимость участков прямой линии (рис. 22, б). На эпюре точки пересечения одноименных проекций прямых не лежат на одном перпендикуляре к оси проекций.

Чтобы по эпюру определить, какая из двух прямых в точке пересечения их проекций на плоскости *H* расположена выше в пространстве (а следовательно, и видима на плоскости *H),* следует из этой точки (в данном случае горизонтальной проекции *k)* провести перпендикуляр к оси *0X* до пересечения с проекциями прямых (на плоскости *V).*

Выше будет та прямая (и видима на плоскости *H),* у которой вертикальная проекция точки на перпендикуляре отстоит дальше от оси проекции *0X;* в данном случае — прямая *CD* выше, так как точка *l'* выше точки *k'.*

Точно также определяется, какая из двух прямых в точке пересечения их на вертикальной проекции расположена ближе к зрителю, а следовательно, и видима на плоскости *V.*

Для этого из точки пересечения проекций на плоскости *V* проводится перпендикуляр к оси *OX* до пересечения с проекциями прямых на плоскости *H;* полученные точки *mиn* определят положение и видимость прямых на плоскости *V.*

Ближе к зрителю будет та прямая (и видима на плоскости V), на которой находится точка, более удаленная от оси *0X.*

В данном случае прямая *AB* перекрывает прямую *CD,* так как горизонтальная проекция точки *M,* принадлежащей прямой *AB,* отстоит дальше от оси *OX,* чем горизонтальная проекция точки *N,* принадлежащей прямой *CD.*

Таким образом, если на эпюре совпадают горизонтальные, вертикальные или профильные проекции двух точек, то видимой из них является та, другая проекция которой отстоит дальше от оси проекций.

ПЛОСКОСТЬ

Построение проекций точек, прямых и фигур, лежащих в заданных плоскостях

Для построения точки, лежащей в плоскости, следует построить прямую в плоскости и на ней взять точку.

Проекции точки должны лежать на одноименных проекциях прямой.

Такими прямыми могут быть: произвольная прямая, горизонталь, фронталь и профильная прямая.

Точка принадлежит плоскости, если она лежит на прямой, принадлежащей этой плоскости.

Прямая в плоскости общего положения, заданная отрезком

Отрезок прямой принадлежит плоскости, если концы его лежат на линиях, принадлежащих данной плоскости (на горизонталях, фронталях или других каких-либо прямых, лежащих в данной плоскости).

Пример 15. (рис. 23):прямая *AB* принадлежит плоскости *P,* так как концы прямой лежат на горизонталях данной плоскости;

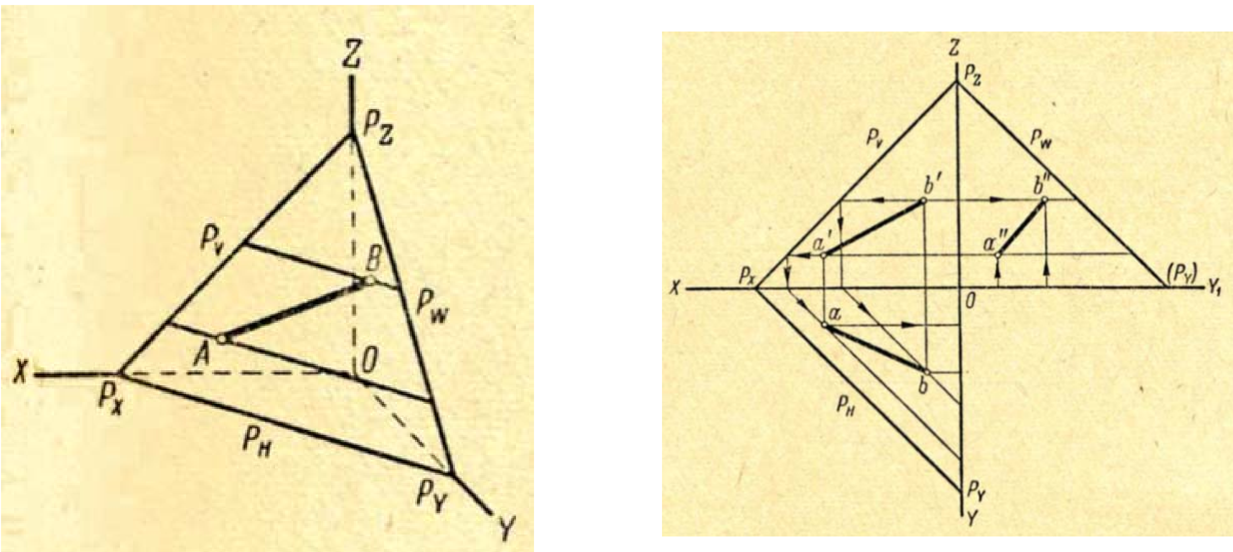


Рис. 23

Включение данной прямой в плоскость

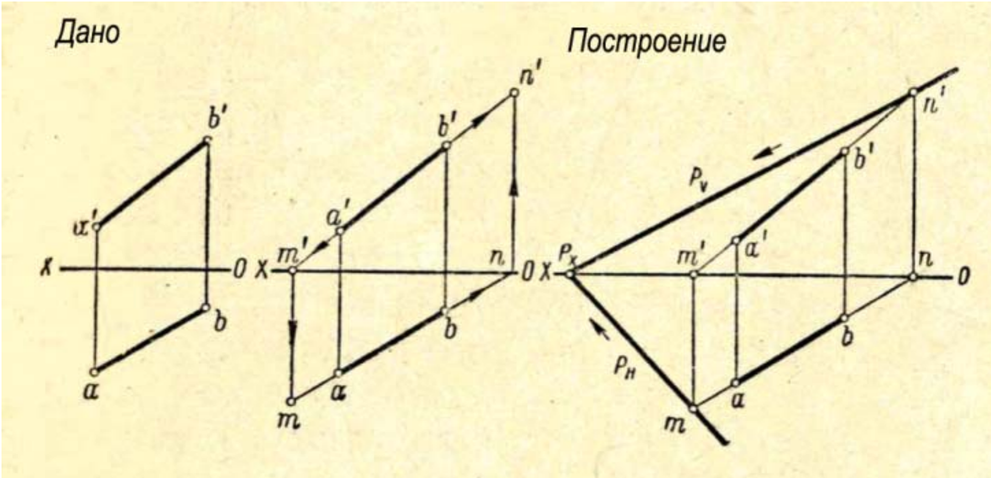


Рис. 24

Чтобы включить прямую в плоскость общего положения, необходимо и достаточно определить следы прямой, взять точку схода следов на оси и соединить ее со следами прямой (рис. 24).

Для включения прямой в проектирующую плоскость необходимо и достаточно через одну из проекций прямой провести один след плоскости, а другой след провести перпендикулярно оси проекций из полученной точки схода следов.

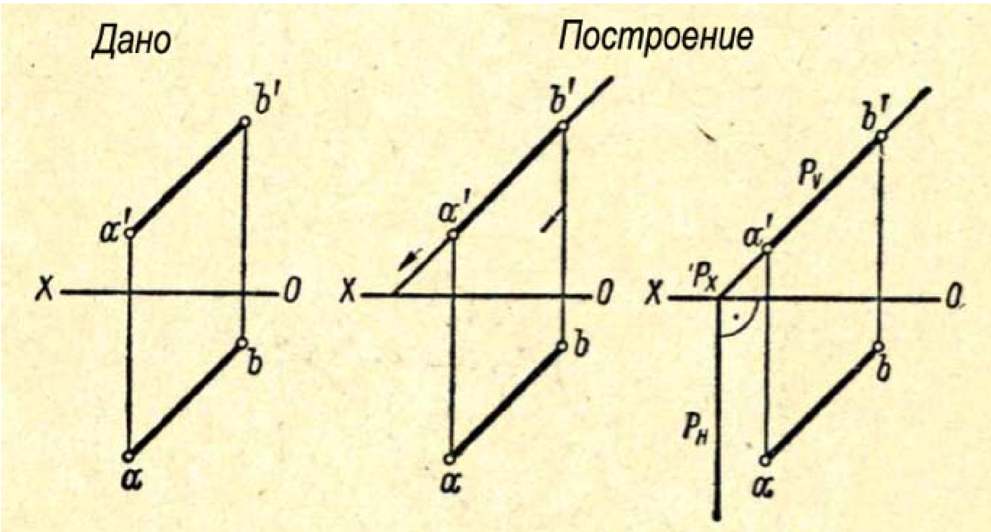


Рис. 25

Например, на рис. 25 прямая включена в вертикально проектирующую плоскость.

ПРЯМЫЕ И ПЛОСКОСТИ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ МЕЖДУ СОБОЙ

Взаимно перпендикулярные прямые

Две прямые взаимно перпендикулярны, если одна из прямых лежит в плоскости, перпендикулярной другой прямой.

Иначе говоря, две прямые перпендикулярны, если через одну из этих прямых можно провести плоскость, перпендикулярную второй прямой. Следовательно, построение прямой общего положения, перпендикулярной к другой прямой общего положения, основано на том, что перпендикуляр к плоскости будет являться перпендикуляром и к каждой прямой, проведенной в этой плоскости через его основание.

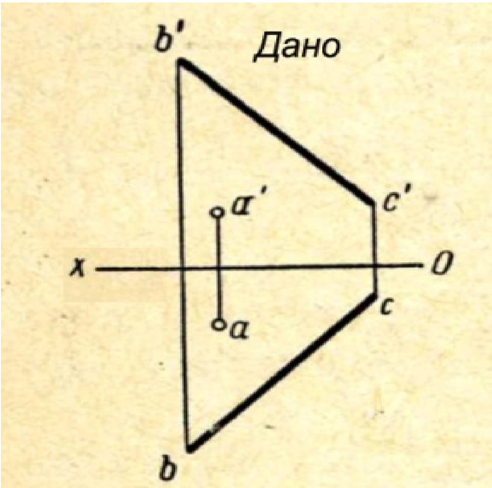


Рис. 26

На фиг. 26 показан ход построения двух взаимно перпендикулярных прямых общего положения.

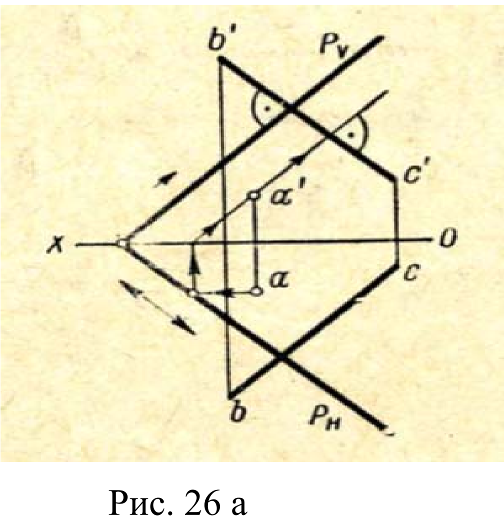


Рис. 26 а

Сначала через данную точку *(А)* с помощью фронтали (или горизонтали) проводится вспомогательная плоскость (Р), перпендикулярная данной прямой (ВС) (Рис. 26 а),

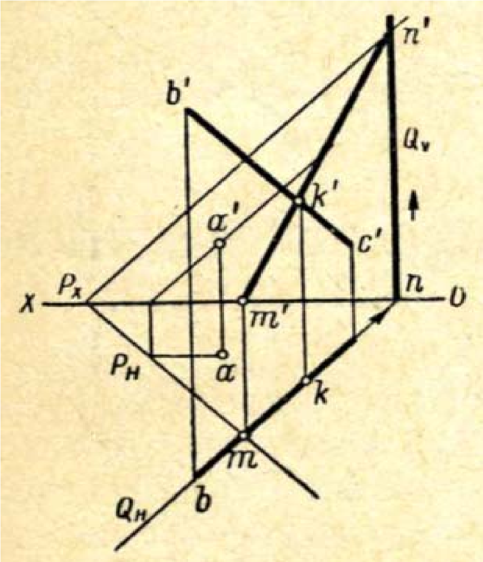


Рис. 26 б

а затем включив данную прямую в проектирующую плоскость (в данном случае в горизонтально проектирующую) определяется линия пересечения ***(MN)*** этих двух плоскостей **(**Рис. 26 б).

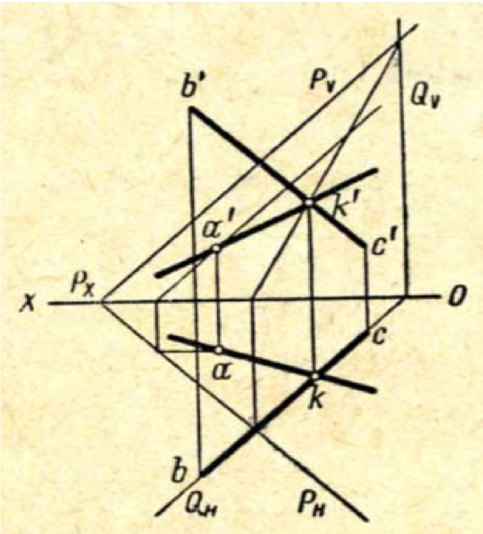


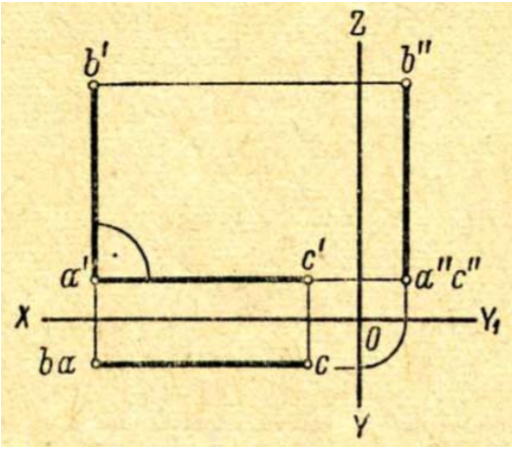
Рис. 26 в

В месте пересечения линии ***MN*** с данной прямой определяется точка встречи прямой ***(К)*** с плоскостью ***Р;*** прямая, соединяющая точку ***К*** с точкой ***А,*** является перпендикуляром к дан ной прямой ***ВС*** (Рис. 26 в**).**

Чтобы проверить взаимную перпендикулярность двух прямых, следует через какую-нибудь точку на одной из прямых провести плоскость, перпендикулярную второй прямой. Прямые перпендикулярны, если эта плоскость содержит первую прямую, и неперпендикулярны, если она ее не содержит.

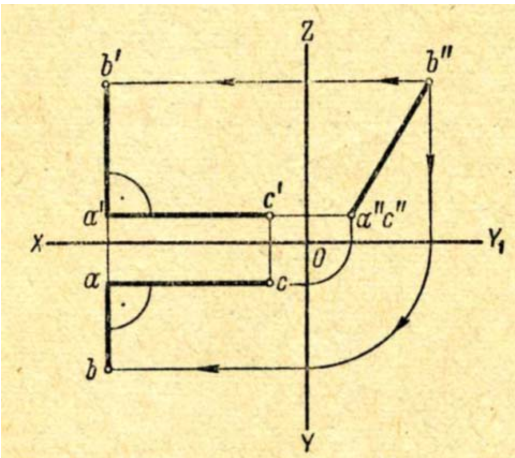
Прямой угол проектируется на плоскость проекций без искажения, если обе стороны его параллельны этой плоскости проекции, или хотя бы одна из его сторон параллельна этой плоскости проекций.

Прямой угол проектируется в виде прямой линии на ту плоскость проекций, к которой перпендикулярна плоскость самого угла и в виде острого или тупого угла, если обе стороны не параллельны плоскости проекций.

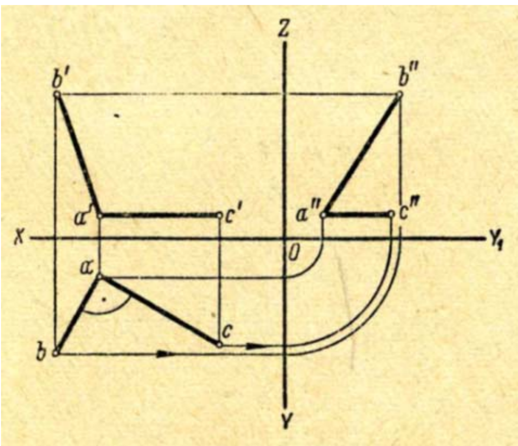


Примеры (рис. 27)***:***

стороны прямого угла ***A B*** ***к*** ***AC*** параллельны плоскости ***V;*** плоскость угла перпендикулярна плоскости ***H.*** На плоскости ***V*** — прямой угол, на плоскости ***H*** прямая линия***;***



сторона ***AC*** параллельна плоскостям ***V*** и ***H*** и перпендикулярна плоскости ***W;*** сторона ***AB*** наклонна к плоскостям ***V*** и ***H*** на плоскостях ***H*** и ***V*** прямые углы, на плоскости ***W*** прямая линия;



сторона ***AC*** параллельна плоскости ***H;*** сторона ***AB*** наклонна ко всем плоскостям проекций;

углы: на плоскости ***H*** — прямой, на плоскости ***V*** — тупой, на плоскости ***W*** — острый***.***

Рис. 27

Судить о перпендикулярности прямых по их проекциям непосредственно (без особых построений) можно только в частном случае, когда одна из прямых является горизонталью или фронталью; в общем же случае одноименные проекции взаимно перпендикулярных прямых не перпендикулярны одна к другой.

Взаимно перпендикулярные плоскости

Признаком двух взаимно перпендикулярных плоскостей служит то, что в каждой из них может быть проведен перпендикуляр к другой плоскости, иначе говоря, *две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них содержит в себе перпендикуляр к другой плоскости, или, если одна плоскость перпендикулярна прямой, принадлежащей другой плоскости.*

Поэтому, чтобы построить плоскость, перпендикулярную данной, надо построить перпендикуляр к данной плоскости, а затем через этот перпендикуляр провести искомую плоскость.

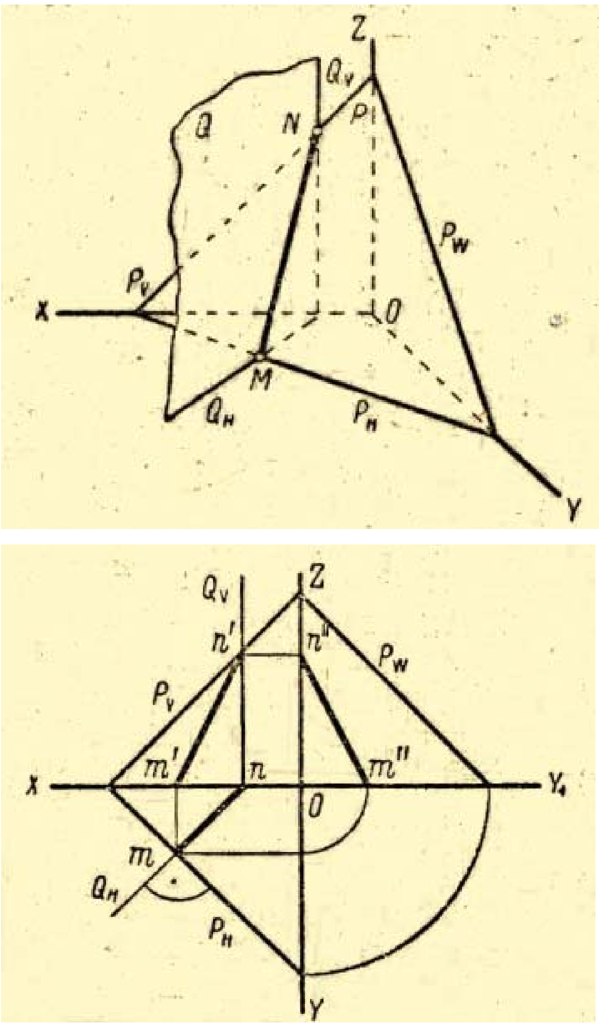
Другой способ построения: в данной плоскости провести прямую, а затем перпендикулярно этой прямой провести искомую плоскость.

Если одна из двух пересекающихся плоскостей — проектирующая, то пересечение двух одноименных следов под прямым углом служит признаком взаимно перпендикулярного расположения этих плоскостей.

По отношению к плоскости общего положения перпендикулярными ей плоскостями могут быть:

1) плоскость общего же положения;

2) плоскость частного положения.



На рис. 28 представлен случай пересечения взаимно перпендикулярных плоскостей, когда плоскость общего положения пересекается с горизонтально проектирующей.

В этом случае взаимно перпендикулярны горизонтальные следы.

Рис. 28

Необходимо обратить внимание на следующее: если одноименные следы двух плоскостей общего положения взаимно перпендикулярны, то сами плоскости не перпендикулярны между собой; если на одной из проекций двух пересекающихся проектирующих плоскостей следы взаимно перпендикулярны, то и сами плоскости также взаимно перпендикулярны.

К частным случаям взаимно перпендикулярных плоскостей могут быть отнесены также и случаи, когда одна из плоскостей параллельна какой-либо оси проекций, а другая — перпендикулярна к этой же оси; в таких случаях на эпюре в точках пересечения одноименных следов получаются прямые углы, линии же пересечения этих плоскостей совпадают со следами плоскостей, параллельных оси проекций.

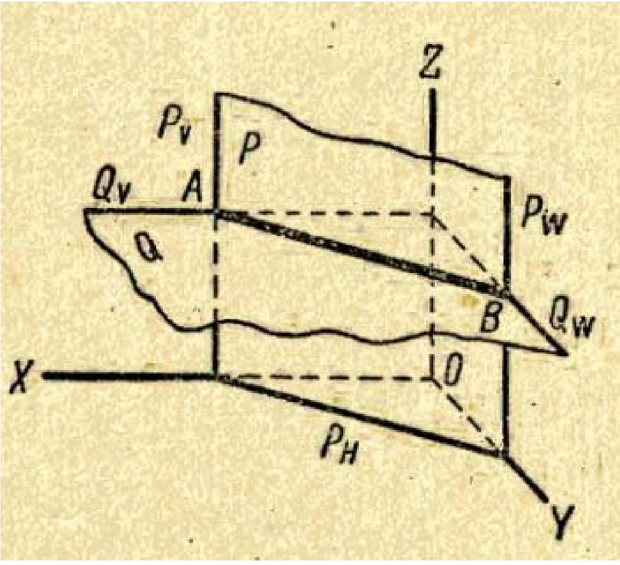
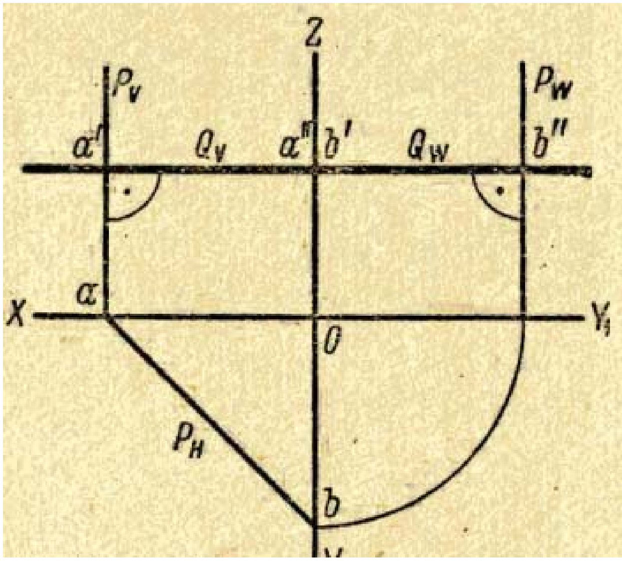


Рис. 29

На рис. 29 показаны такие взаимные пересечения проектирующих плоскостей с плоскостями, параллельными плоскостям проекций.

Так, плоскость ***P*** параллельна оси *0Z****;*** плоскость ***Q*** перпендикулярна ***OZ***



В этом примере имеются две пары взаимно перпендикулярных одноименных следов плоскостей на плоскостях ***V*** и ***W.***

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Сергеев Н.П. Краткий справочник. М.: Машгиз, 1964. – 215 с.

Локтев О.В., Числов П.А. Задачник по начертательной геометрии. М.: Высшая школа, 2004. – 104 с.

Фролов С.А., Бубенников А.В., Левицкий В.С., Овчинникова И.С. Начертательная геометрия. Инженерная графика. Методические указания и контрольные задания для студентов заочников инженерно-технических специальностей вузов. М.: Высшая школа, 1990. - 112.

Тозик В.Т. Электронный учебник по начертательной геометрии. http://traffic.spb.ru/geom