

## **Обратные и некорректные задачи технической физики**

### **1) Краткое содержание дисциплины.**

В рамках дисциплины «Обратные и некорректные задачи технической физики» изучаются основы теоретических основ методов решения обратных некорректных задач и их алгоритмической реализации, а также особенности программирования этих методов и современные программные средства обработки экспериментальных данных.

### **2) Кредитная стоимость дисциплины.**

**4,0** Ст ECTS (3,5 ЗЕТ, 126 ач, включая экзамен)

### **3) Цель**

Целью изучения дисциплины является подготовка высококвалифицированных специалистов, владеющих методами современных методов математической обработки экспериментальных данных и способных на основе полученных знаний к активной творческой работе в области технической физики и нанотехнологий как в научно-исследовательских учреждениях, так и в условиях промышленного производства.

Это полностью соответствует цели основной образовательной программы подготовки выпускников-магистров по направлению 223200 «Техническая физика», которой является формирование у них знаний, умений, навыков, обеспечивающих способность к самостоятельной творческой профессиональной деятельности в условиях быстро развивающихся наукоемких отраслей техники и технологии.

### **4) Результаты обучения:**

*Знания, навыки, умения:*

- знание теоретических основ методов решения обратных некорректных задач;
- знание теоретических основ алгоритмической реализации методов решения обратных некорректных задач, а также особенностей программирования этих методов;
- знание программных средств и языков программирования;
- умение выбрать наилучший метод решения и его оптимальную алгоритмическую реализацию для решения данной конкретной задачи;
- умение реализовать наилучший вариант последовательности всех действий, необходимых для решения конкретной задачи;
- умение критически оценивать возможности извлечения полезной физической информации из данных как прямых, так и косвенных физических экспериментов;
- владение современными программными средствами обработки экспериментальных данных;
- учебные умения, позволяющие с высокой степенью самостоятельности осваивать новые методы решения обратных задач из различных профессиональных областей;
- умение самостоятельно создавать теоретическую основу программных средств обработки экспериментальных данных а, в ряде случаев, и сами эти программные средства.

*Компетенции:*  
ОК-2, способность к самостоятельному обучению новым методам исследования, пополнению своих знаний в области современных проблем технической физики и смежных наук, готовность к изменению научного и научно-производственного профиля своей профессиональной деятельности, к изменению социокультурных и социальных условий деятельности.

ПК-7, способность самостоятельно выполнять физико-технические научные исследования для оптимизации параметров объектов и процессов с использованием стандартных и специально разработанных инструментальных и программных средств.

ПК-12, готовность решать прикладные инженерно-технические и технико-экономические задачи с помощью пакетов прикладных программ.

ПК-21, готовность и способность применять физические методы теоретического и экспериментального исследования, методы математического анализа и моделирования для постановки задач по развитию, внедрению и коммерциализации новых наукоемких технологий.

### **5) Содержание:**

1. Восстановление зависимостей

1.1. Введение в предмет. Основные положения.: Л – 2 ач, ПЗ – 2 ач, СР – 1 ач.

1.2. Проблема восстановления зависимостей: Л – 12 ач, ПЗ – 12 ач, СР – 6 ач.

2. Обработка данных косвенных экспериментов

- 2.1. Алгебраические некорректные задачи: Л – 2 ач, ПЗ – 2 ач, СР – 1 ач.  
2.2. Эвристические методы регуляризации. Проблема деконволюции: Л – 8 ач, ПЗ – 8 ач, СР – 4 ач.  
2.3. Детерминистские методы регуляризации: Л – 8 ач, ПЗ – 8 ач, СР – 4 ач.  
2.4. Проблемы неустойчивости обыкновенных дифференциальных уравнений и краевых задач: Л – 4 ач, ПЗ – 4 ач, СР – 2 ач.  
3. Экзамен: 36 ач.

#### **6) Пререквизиты:**

Изучение дисциплины опирается на знания, полученные при изучении дисциплин «Физика», «Математика», «Информатика», «Численные методы» и «Экспериментальные методы исследований» предшествующей бакалаврской подготовки.

Результаты изучения дисциплины используются при изучении дисциплины М2.В.5. Специальные вопросы математической физики, ряда дисциплин вариативной части профессионального цикла, при проведении НИРМ и при подготовке магистерской диссертации.

#### **7) Основной учебник**

- Головицкий А.П. Обратные задачи экспериментальной физики. Практические аспекты. учеб. пособие для вузов по направлению подготовки "Техническая физика" / А.П. Головицкий ; Санкт-Петербургский государственный политехнический университет .— СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2008.

1: Восстановление зависимостей .— 2008 .— 205 с

2: Обработка данных косвенных экспериментов .— 2008 .— 222 с.

#### **8) Дополнительная литература**

- Методы решения некорректных задач. учеб. пособие для вузов по спец. "Прикл. математика". / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин — М. Наука, 1986.

- Численное решение задач метода наименьших квадратов. Пер. с англ.. / Ч. Лоусон, Р. Хенсон — Москва Наука, 1986.

- Численные методы решения некорректных задач. / А. Н. Тихонов [и др.] — М.:Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990.

- Обратные прикладные задачи и MatLab. учебное пособие для вузов по направлению подготовки и специальности "Приборостроение". / В. С. Сизиков — СПб. Лань, 2011

#### **9) Координатор:**

Профессор, д.ф.-м.н. А.П. Головицкий

#### **10) Использование компьютера:**

Компьютер используется при выполнении всех видов занятия и самостоятельной работы по всем разделам дисциплины.

#### **11) Лабораторные работы и проекты**

Лабораторные работы и проекты учебным планом не предусмотрены.

Оценка качества освоения дисциплины ставится на основе совокупности продемонстрированных студентом знаний как при выполнении им курсового проекта, так и на зачете и экзамене. Итоговая оценка выводится, исходя из качества выполнения курсового проекта, ответа студента по вопросам в экзаменационном билете, а также итогов выполнения им тестового задания непосредственно на экзамене.

Первая часть итоговой аттестации (зачет) проходит в форме собеседования по итогам выполнения курсового проекта. Примеры заданий к проекту приведены выше. В некоторых случаях задание к проекту может быть дано и научным руководителем спецлаборатории, в которой студент проходит практику по НИР (но при обязательном согласовании с преподавателем, читающим лекции по данной дисциплине).

Вторая часть итоговой аттестации проходит в форме экзамена. Перечень экзаменационных вопросов приведен ниже:

1. Прямая и обратная задачи. Устойчивость. Корректность.
2. Обусловленность систем линейных алгебраических уравнений.
3. Введение в проблему восстановления зависимостей.
4. МНК для линейной аппроксимации.
5. Масштабирование линейного МНК..
6. Дробно-линейные аппроксимации.
7. Показательно-экспоненциальные аппроксимации.
  
8. Аппроксимация вида  $y = a + b \cdot x^c$ .
9. Нелинейные аппроксимации. Метод Левенберга - Марквардта.
10. Обусловленность МНК. Проблема экстраполяции.
11. Сингулярное разложение.
12. Планирование эксперимента.
13. Регуляризация МНК. Метод главных компонент.
14. Ридж-регрессия.
15. Вероятностное сглаживание (введение).
16. Разведочный анализ.
17. Полиномиальное сглаживание.
18. Комбинации различных методов сглаживания.
19. Учет реального распределения ошибок. Робастные методы регрессии.
20. Анализ данных, содержащих выбросы.
21. Некорректные алгебраические задачи. Полные СЛАУ.
22. Некорректные алгебраические задачи. Переопределенные СЛАУ.
23. Некорректные алгебраические задачи. Системы нелинейных алгебраических уравнений.
24. Проблема деконволюции. Постановка задачи.
25. Метод усечения спектра.
26. Обратное преобразование Абеля.
27. Введение в методы противосвертки.
28. Метод деконволюции ван-Циттерта.
29. Метод деконволюции Джансона.
30. Инверсная фильтрация.
31. Основы компьютерной томографии.
32. Условная корректность.
33. Регуляризованное операторное уравнение.
34. Регуляризация ИУ первого рода по Тихонову.
35. Численный алгоритм решения уравнения Эйлера - Тихонова.
36. Примеры применения МРТ (без ИУ Абеля и сглаживания).
37. Примеры применения МРТ (ИУ Абеля и сглаживание).
38. Обзор нетихоновских методов регуляризации.
39. МРТ с ограничениями на решение.
40. Устойчивость численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений.  
Введение в проблему.
41. Особенности численных методов решения краевых задач.
42. Улучшение обусловленности задач Коши.
43. Обратная задача дифференциальных уравнений.
44. Обратная задача квантовой механики.

Студентам, которые по уровню продемонстрированных на экзамене знаний претендуют на оценку **«отлично»**, в обязательном порядке на экзамене дается тест типа MCQ (Multiple Choice Questions).

Каждый тест состоит из 3-х вопросов, на которые приведены и ответы, но в числе их есть неверные. Студент должен выбрать из всех предлагаемых ответов правильные и подчеркнуть их. Если студент так и сделал, то ему ставится итоговая оценка «отлично». Примеры тестов приведены ниже:

### Вариант 1.

1. **Всегда ли можно использовать метод квазилинеаризации Прони для определения параметров суммы спадающих экспонент ?**

- а). Этот метод опробован более чем 200-летней практикой. Конечно, можно.
- б). Можно, если экспонент мало, а погрешность входных данных мала.
- в). Если провести предварительную селекцию данных, то — можно всегда.
- г). В сочетании с полиномиальным сглаживанием — вполне можно, даже для реальных погрешностей.
- д). Метод представляет лишь сугубо теоретический интерес, на практике он в чистом виде неприменим вовсе.

2. **Решаем некое интегральное уравнение методом регуляризации Тихонова. Допустим, нами получено такое решение:**

**По физическому смыслу задачи ее решение должно быть гладким всюду. Как следует видоизменить метод, чтобы получить разумное решение?**

- а). Надо увеличить значение параметра  $\alpha$ .
- б). Надо уменьшить значение параметра  $\alpha$ .
- в). Надо увеличить значения весовых функций в области разболтки.
- г). Надо уменьшить значения весовых функций в области разболтки.
- д). Когда устойчивость решения зависит от значения его аргумента и неодинакова в ОДЗ, то уже ничего не поможет.

3. **Величина  $cond(A)$  задачи  $Ax = y$  оказалась большой. Какую полезную информацию мы способны из этого извлечь?**

- а). Задача  $Ax = y$  обусловлена плохо. Решать ее точными методами не стоит.
- б). Задача  $Ax = y$ , возможно, обусловлена плохо. Решать ее точными методами не стоит.
- в). Знания одной лишь величины  $cond(A)$  недостаточно для оценки обусловленности задачи. Необходимо знать и погрешность входных данных.
- г). Величина  $cond(A)$  имеет сугубо теоретический интерес, а для вычислительной практики ее знание не дает полезной информации.

### Вариант 2.

1. **Известно, что нормальная СЛАУ обусловлена хуже исходной. Тем не менее, при а-регуляризации мы переходим от исходной СЛАУ к нормальной (квадратично ухудшая обусловленность), которую затем и регуляризируем. Почему мы не регуляризируем исходную СЛАУ сразу?**

- а). А и в самом деле, почему? Ведь ничто не мешает непосредственной регуляризации исходной СЛАУ, лишь бы она была полной.
- б). Матрица нормальной СЛАУ вида  $A^T A$  является положительно определенной. Тогда прибавление к диагональным элементам матрицы положительного  $\alpha$  снижает меру обусловленности.
- в). Переход к нормальной матрице не ухудшает обусловленности, а в остальном верно б).
- г). Если матрица СЛАУ симметрична, то возможна и непосредственная а-регуляризация.

д). Если матрица СЛАУ положительно определена, то возможна и непосредственная а-регуляризация.

2. В методе Левенберга-Марквардта получено \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_. О чем это свидетельствует?

- а). Погрешность эксперимента в действительности больше, чем мы считаем.
- б). Вид аппроксимирующей формулы выбран неудачно.
- в). Достигнут не глобальный, а локальный минимум.
- г). Значение коэффициента вязкости  $m$  взято слишком большим.
- д). Значение коэффициента вязкости  $m$  взято слишком малым.
- е). Среди вышеперечисленных вариантов нет правильного.
- ж). Возможен любой из вышеперечисленных вариантов.

3. В каком методе (методах) используется неявный параметр регуляризации?

- а). Таких методов нет.
- б). В МНК.
- в). В методе деконволюции Джанссона.
- г). При инверсной фильтрации.
- д). В МРТ.
- е). В методе квазирешений Иванова.
- ж). При решении плохо обусловленных задач Коши.
- з). При решении обратной задачи квантовой механики методом параметризации потенциала.

### Вариант 3.

1. Какие преимущества дает масштабирование СЛАУ МНК?

- а). Уменьшается относительное отличие в величинах неизвестных.
- б). Нормальная матрица СЛАУ МНК делается диагональной.
- в). Все неизвестные делаются равными.
- г). Снижается мера обусловленности матрицы СЛАУ МНК.
- д). Матрица плана делается ортогональной.
- е). Возникает возможность решения СЛАУ МНК итерационными методами.
- ж). Возрастает точность результата решения СЛАУ методом Гаусса.

2. Есть ли такие СЛАУ, для которых допустима непосредственная а-регуляризация без предварительной нормализации?

- а). Таких СЛАУ нет, нормализация нужна всегда.
- б). Для СЛАУ, матрицы которых симметричны, допустима непосредственная а-регуляризация.
- в). Для СЛАУ, матрицы которых положительно определены, допустима непосредственная а-регуляризация.
- г). Непосредственная а-регуляризация возможна для любых полных СЛАУ.

3. Перед проведением линейного МНК (погрешность эксперимента 2%) проделана следующая процедура: мы аппроксимировали одну из функций базиса всеми остальными. Невязка такой аппроксимации оказалась равной 0,2%. О чем это свидетельствует?

- а). МНК обусловлен хорошо, его параметры определяются достоверно.
- б). МНК обусловлен плохо, достоверность определения его параметров будет низкой.
- в). Если в проведенной аппроксимации параметры при некоторых базисных функциях оказались близкими к нулю, то данные функции можно считать порождающими мультиколлинеарность и, в принципе, исключить из базиса.

- г). Если в проведенной аппроксимации параметры при некоторых базисных функциях не оказались близкими к нулю, то данные функции можно считать порождающими мультиколлинеарность и, в принципе, исключить из базиса.
- д). По данным такой предварительной аппроксимации нельзя дать никакого прогноза обусловленности МНК и степени мультиколлинеарности его базиса.

СРС направлена на закрепление и углубление освоения учебного материала, развитие практических умений. СРС включает следующие виды самостоятельной работы студентов:

- работа с лекционным материалом, с рекомендованной учебной литературой;
- выполнение курсового проекта;
- подготовка к зачётам, экзаменам.

Оценка достигаемых результатов СРС – знаний, умения, навыков и опыта — осуществляется путем контроля преподавателя на основании выполнения ими курсовых заданий.

### **Примерные задания курсовых проектов:**

1). Вывести формулу для сглаженного дифференцирования при использовании полиномов 1-й степени.

2). Численно решить интегральное уравнение типа свертки по методу Джанссона. Свертка и ее ядро (треугольная функция) приведены на графике, а также задаются в прилагаемом к заданию файле. Принять погрешность свертки 1%.

3). Дана следующая кривая, взятая из эксперимента (в прилагаемом к заданию файле эта переменная задана в виде массива чисел).

Требуется найти численные значения параметров  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $f$ ,  $g$ ,  $h$ ,  $i$ ,  $j$ ,  $k$ ,  $l$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $o$ ,  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $s$ ,  $t$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\epsilon$ ,  $\zeta$ ,  $\eta$ ,  $\theta$ ,  $\iota$ ,  $\kappa$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\xi$ ,  $\omicron$ ,  $\pi$ ,  $\rho$ ,  $\sigma$ ,  $\tau$ ,  $\upsilon$ ,  $\phi$ ,  $\chi$ ,  $\psi$ ,  $\omega$  ее аналитической аппроксимации следующим выражением:  $y = a + b \sin(c + d \cos(e + f \sin(g + h \cos(i + j \sin(k + l \cos(m + n \sin(o + p \cos(q + r \sin(s + t \cos(u + v \sin(w + x \cos(y + z \sin(\alpha + \beta \cos(\gamma + \delta \sin(\epsilon + \zeta \cos(\eta + \theta \sin(\iota + \kappa \cos(\lambda + \mu \sin(\nu + \xi \cos(\omicron + \pi \sin(\rho + \sigma \cos(\tau + \upsilon \sin(\phi + \chi \cos(\psi + \omega \sin(\dots$ . Принять погрешность данных 1,6%.

4). Численно найти первые 3 волновые функции и значения энергии уровней в данной потенциальной яме:

Потенциальная энергия взята в электрон-Вольтах, а координата — в Ангстремах.